


На правах рукописи



Овчинникова Анастасия Сергеевна

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ЗАДАЧАХ
НЕФТЕДОБЫЧИ С УЧЕТОМ РАЗЛИЧНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФАЗ
И ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ**

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Новосибирск – 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном
образовательном учреждении высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Персова Марина Геннадьевна

Официальные оппоненты: **Никифоров Анатолий Иванович**, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики и машиностроения - обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук», г. Казань, лаборатория математического моделирования процессов фильтрации, заведующий;

Никитенко Марина Николаевна, доктор технических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, лаборатория многомасштабной геофизики, ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск

Защита диссертации состоится «14» сентября 2022 г. в 12 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.173.06 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, 1 корпус, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте <http://www.nstu.ru/>.

Автореферат разослан «___» июля 2022 года

Ученый секретарь

диссертационного совета



Фаддеенков Андрей Владимирович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

При разработке нефтяных месторождений важную роль играет трехмерное моделирование гидродинамических процессов в коллекторе. Оно позволяет значительно повысить эффективность разработки нефтяных месторождений за счет решения задач оптимального управления месторождением. При этом качество управления технологическим процессом напрямую зависит от адекватности строящихся или адаптируемых геолого-гидродинамических моделей месторождений, которая может быть обеспечена за счет использования алгоритмов численного многомерного моделирования, базирующегося на математических моделях, отражающих фундаментальные законы гидродинамики и термодинамики в виде нелинейных дифференциальных уравнений в сложных областях.

Примерно 60-70% мировых запасов нефти не могут быть добыты без использования методов увеличения нефтеотдачи (МУН). МУН включают в себя химические, тепловые, газовые и другие методы (они описаны, например, в работах Fink J., Lake L.W., Green D.W., Алтуниной Л.К., Гуськовой И.А., Ленченковой Л. Е. и др.). Газовые методы обычно определяются типом закачиваемого газа и включают в себя водогазовое воздействие, закачку газа, смешивающегося с нефтью, совместную закачку газа и воды и т.д. Наиболее распространенными химическими МУН является закачка полимеров, поверхностно-активных веществ, щелочей и их комбинаций. Тепловые методы чаще всего используются при разработке высоковязких и сверхвязких нефтей. Одними из самых распространенных тепловых методов являются циклическая закачка пара, закачка нагретого пара или воды, паровой гравитационный дренаж.

Таким образом, важнейшим этапом создания программного обеспечения для управления разработкой месторождений является создание математической модели, которая должна как адекватно отражать все физические процессы с учетом особенностей применяемых технологий разработки, так и обеспечивать выполнение всех фундаментальных законов сохранения.

В настоящее время существует множество численных методов моделирования многофазных потоков в пористых средах. Чаще всего используются конечно-разностные и конечно-объемные схемы (Huber R., Helmig R., Мазо А. Б., Насыбуллин А. В., Никифоров А. И., Поташев К. А. и др.), гарантирующие сохранение массы. Однако многие авторы (Jackson M.D., Abd A.S., Doyle B., Riviere B., Jo G., Kwak D.Y. и др.) отмечают их ограниченную геометрическую гибкость и недостаточную точность численных решений для сред, характеризующихся высоким контрастом свойств.

Известно, что метод конечных элементов (МКЭ) предоставляет очень хорошие возможности для описания сложных сред. Однако если для аппроксимации давления и насыщенных применяется вариант МКЭ с непрерывными базисными функциями (Continuous Galerkin или CG), то не гарантируется сохранение масс отдельных фаз. Вследствие этого численное решение может иметь невысокую точность и содержать осцилляции. Поэтому некоторые авторы (Schmid K.S., Sorbie K.S., Nick H.M., Matthäi S.K. и др.) предлагают подходы с совместным использованием методов конечных элементов и конечных объемов.

Довольно часто рассматривают вариант МКЭ с использованием базисных векторных функций (так называемых face-функций или векторных функций Равиарта–Томаса из пространства \mathbf{H}^{div}) для аппроксимации скоростей потоков фаз конвективных потоков Дарси (Abushaikha A.S., Blunt M.J., Vochev P.B., Zhang N., Yan B. и др.). В работах Moortgat J., Firoozabadi A., Amooie M.A. и др. используется смешанный гибридный МКЭ в сочетании с локально сохраняющим массу разрывным методом Галеркина (DG) для переноса масс веществ.

Однако при использовании смешанных конечноэлементных методов общее количество неизвестных в конечноэлементной системе уравнений может быть довольно большим. В работе Wheeler M.F. рассматривается вариант применения базисных функций Равиарта–Томаса и способ, позволяющий локально исключить скорость и приводящий к симметричной положительно определенной матрице СЛАУ, где неизвестными являются значения давления в центрах ячеек. В работе Lee S. рассматривается вариант CG, расширенный кусочно-постоянными функциями. При этом метод является локально консервативным и дает меньшее количество степеней свободы по сравнению с разрывными методами конечных элементов Галеркина (DG). В работах Odsäter L.H. и Sun S. предлагаются алгоритмы постобработки для получения консервативных потоков на основе полученных с использованием CG. Численное приближение потока проецируется в консервативное подпространство с помощью кусочно-постоянной добавки. В работе Odsäter L.H. показано, что в гетерогенных средах получаемый результат в значительной степени зависит от выбора весов и может быть существенно улучшен, когда веса берутся равными обратной величине эффективной проницаемости грани. Еще один метод постобработки для получения локально консервативных потоков из решения CG предлагается в работе Deng Q. Этот метод постобработки заключается в решении независимого набора задач низкой размерности, сформулированных для каждого элемента. Однако, во всех этих работах не рассматриваются многофазные потоки сжи-

маемых фаз с существенным влиянием гравитационных эффектов, что критически важно при решении практических задач.

В работах авторов Yang H., Li Y., Jiang J., Hamon F.P., Mallison V.T. и др. рассматриваются полностью неявные схемы моделирования многофазных потоков фильтрующихся смесей и предлагаются различные методики повышения вычислительной эффективности. Полуявные схемы широко применяются для решения практических задач, обладают достаточно хорошей точностью и неплохой вычислительной эффективностью, но в работе Yang H. отмечается, что эти схемы не могут полностью избавиться от ограничения устойчивости, вызванного условием Куранта – Фридрихса – Леви, которое связывает размер временного шага с размером сетки.

Для моделирования процессов неизотермической фильтрации также используются полностью неявные схемы (это, например, работы Brantferger K.M., Pope G.A., Xing F., Masson R. V., Class H., Khoei A.R. и др.). В этом случае решается система дифференциальных уравнений, полученная на основе законов сохранения массы каждой компоненты и энергии в системе. Такой подход является вычислительно затратным, что делает затруднительным моделирование многофазной фильтрации на подробных сетках, особенно при большом количестве компонент фильтрующейся смеси.

Для моделирования процессов, возникающих при использовании химических МУН, зачастую используются предопределенные механизмы воздействия используемых агентов на пласт, которые заключаются в изменении вязкостей и кривых фазовых проницаемостей флюидов в коллекторе (Patacchini L., De Loubens R., Nghiem L., Skoreyko F. и др.). Для моделирования произвольных химических реакций используются подходы, описанные в работах Lichtner P.C., Steefel C.I., Lasaga A.C.. Эти подходы позволяют моделировать как быстрые (мгновенные) реакции за счет решения системы алгебраических уравнений, так и медленные с использованием явно заданной скорости реакций. Рассмотренные подходы чаще применяются для решения задач, связанных с хранением углекислого газа, ядерным загрязнением и т.д.

Лишь в небольшом количестве работ предлагают подходы для моделирования химических реакций (Delshad M., Fan Y., Nghiem L., Wei L., Khorsandi S., Luo H. и др.), где реагенты и продукты реакций могут переноситься между фазами. Среди этих работ только в одной моделируются процессы неизотермической фильтрации. Так в работе Delshad M. предлагается последовательно решать задачи гидродинамики, термодинамики и моделирования химических реакций.

В целом, разработка методов численного моделирования процессов многофазной фильтрации является актуальной и особенно востребована при решении различных задач нефтедобычи.

Цели и задачи исследования

Основной целью исследования является разработка математической модели неизотермической многофазной фильтрации с учетом взаимодействия фаз и фазовых переходов, разработка и реализация методов численного моделирования процессов многофазной фильтрации при решении задач нефтедобычи. В связи с этим задачами исследования являются:

- 1) Разработка математической модели неизотермической многофазной фильтрации с учетом различного взаимодействия фаз и фазовых переходов.
- 2) Разработка алгоритмов численного моделирования неизотермического многофазного многокомпонентного сжимаемого потока перемешиваемых фаз в условиях химических воздействий на пластовую систему.
- 3) Разработка вычислительной схемы для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида.
- 4) Разработка подсистемы программного комплекса, реализующей численный метод моделирования процессов многофазной многокомпонентной неизотермической фильтрации.

Методология и методы исследования

Разработанная математическая модель неизотермической многофазной фильтрации основана на законе Дарси, законах сохранения массы и энергии. Для разработки численного метода моделирования неизотермической многофазной фильтрации использовался метод конечных элементов на несогласованных сетках с элементами в виде шестигранников.

Научная новизна:

- 1) Предложена новая математическая модель неизотермической многофазной фильтрации сжимаемых фаз с учетом различного взаимодействия фаз и фазовых переходов.
- 2) Предложены новые вычислительные схемы для моделирования неизотермического многофазного многокомпонентного сжимаемого потока перемешиваемых фаз в условиях химических воздействий на пластовую систему.
- 3) Предложена новая вычислительная схема для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида.

На защиту выносятся:

- 1) Математическая модель неизотермической многофазной фильтрации с учетом различного взаимодействия фаз и фазовых переходов.
- 2) Алгоритмы численного 3D-моделирования неизотермического многофазного многокомпонентного сжимаемого потока перемешиваемых фаз в условиях химических воздействий на пластовую систему.
- 3) Вычислительная схема для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и флюида.
- 4) Подсистема программного комплекса, реализующая численное моделирование процессов неизотермической многофазной фильтрации.

Достоверность результатов

Верификация вычислительных схем и реализующего их программного комплекса проводилась на задачах, имеющих аналитическое решение, а также путем сравнения решений задач SPE (Society of Petroleum Engineers) с решениями других авторов. Предложенная математическая модель была использована при обработке практических данных месторождений высоковязкой нефти (в Республике Татарстан) и было получено хорошее совпадение расчетных и практических данных нефтедобычи как в целом по моделируемому участку месторождения, так и по отдельным скважинам.

Теоретическая значимость работы заключается в разработке новой математической модели, методов и алгоритмов численного моделирования многофазного многокомпонентного сжимаемого потока перемешиваемых фаз в условиях химических и тепловых воздействий на пластовую систему.

Практическая значимость работы

Разработанная подсистема для моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации может применяться для анализа и прогнозирования эффективности различных методов разработки нефтяных месторождений (традиционные технологии нефтедобычи и методы увеличения нефтеотдачи пластов). Кроме того, эта подсистема включена в состав программных комплексов, реализующих автоадаптацию цифровых гидродинамических моделей нефтегазовых месторождений и оптимизацию добычи, для расчета характеристик нефтедобычи и функций чувствительности параметров.

Результаты диссертационной работы использовались при выполнении совместного проекта с Альметьевским государственным нефтяным институтом, выполненного в рамках хозяйственных договоров (№ 2018.60846 от 03.12.2018 г., № 2019.37/596/ФЦП0019 от 22.10.2019 г.) в интересах ПАО «Татнефть».

Разработанные методы и программы применялись для обработки практических данных, полученных в ходе разработки ряда месторождений высоковязкой нефти в Республике Татарстан. Получен акт внедрения.

Личный вклад

Лично автором разработан и программно реализован в виде подсистемы программного комплекса численный метод моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации, основанный на неявном расчете давления с использованием метода конечных элементов и явном переносе фаз и пересчете их насыщенностей на конечных элементах. Предложены основные алгоритмы трехмерного моделирования процессов многофазной фильтрации для решения задач нефтедобычи. Проведена верификация разработанной программы. Проведены исследования работоспособности предложенного численного метода для решения практических задач нефтедобычи с использованием тепловых и химических методов увеличения нефтеотдачи.

Апробация работы

Основные результаты работы были представлены и докладывались на Всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (Новосибирск, 2019, 2020, 2021); 14-м международном форуме IFOST 2019 (Томск, 2019); 15-й международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (Новосибирск, 2021); 23-й научно-практической конференции Геомодель – 2021 (Геленджик, 2021).

Результаты работы использовались при выполнении проекта в рамках государственного задания (Научно-исследовательская лаборатория моделирования и обработки данных наукоемких технологий, проект № FSUN-2020-0012).

Публикации

По материалам диссертационного исследования лично и в соавторстве опубликовано 17 научных работ, в том числе 4 научные публикации, опубликованные в журналах, входящих в перечень ВАК, 10 научных публикаций, индексируемых в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Scopus и/или Web of Science (включая 1 публикацию квартиля Q1). Получено 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы (119 наименований) и 2 приложений. Общий объем диссертации – 152 страницы, в том числе 64 рисунка и 9 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава диссертационной работы посвящена описанию разработанной математической модели неизотермической многофазной фильтрации. В ней представлены краевая задача для расчета давления, вычислительная схема для моделирования химических реакций, перемешивания фаз и фазовых переходов, вычислительные схемы для расчета теплового взаимодействия породы и смеси флюидов, расчета потоков смеси на основе поля давления и обновления состояния расчетной области.

Нефтяные и газовые коллекторы представляют собой неоднородную пористую среду, характеризующуюся пористостью Φ и тензором абсолютной проницаемости \mathbf{K} . Все поровое пространство заполнено смесью NP фаз. Каждая m -я фаза характеризуется насыщенностью S^m и такими свойствами, как относительная проницаемость κ^m , вязкость η^m и плотность ρ^m . Фаза включает в себя L^m компонент, характеризующихся молярной массой M_l , количеством вещества n^{ml} и их массовой долей χ^{ml} (l – номер компоненты).

Уравнение для расчета поля давления P в расчетной области Ω имеет следующий вид:

$$-\operatorname{div} \left(\sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\operatorname{grad} (P + P_c^m) + (0, 0, \rho^m g)^T \right) \right) = f^\Omega, \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения, P_c^m – капиллярное давление. Функция $f^\Omega = f^\Omega(P)$ – это плотность объемного источника в расчетной области. На границе $\partial\Omega = \Gamma^1 \cup \Gamma^2$ расчетной области Ω заданы краевые условия вида:

$$P|_{\Gamma^1} = P^\Gamma, \quad (2)$$

$$\sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa^m}{\eta^m} \mathbf{K} \left(\operatorname{grad} (P + P_c^m) + (0, 0, \rho^m g)^T \right) \Big|_{\Gamma^2} \cdot \vec{n} = f^\Gamma, \quad (3)$$

где f^Γ – поток смеси, а вектор \vec{n} – внешняя нормаль к Γ^2 .

Для решения уравнения (1) линеаризуем $f^\Omega(P)$ в окрестности давления P_0 :

$$f^\Omega(P) \approx f_0^\Omega + \alpha^{\Delta V} (P_0 - P), \quad f_0^\Omega = \frac{\Delta V(P_0)}{\operatorname{mes}(\delta\Omega) \cdot \Delta t}. \quad (4)$$

Здесь $\delta\Omega$ – произвольная подобласть расчетной области Ω (при нахождении численного решения $\delta\Omega$ – ячейка сетки), в которой вычисляются значения

$f^\Omega(P)$ и f_0^Ω ; $\Delta V(P_0)$ – дефицит/профицит объема смеси, образовавшийся в подобласти $\delta\Omega$ за время Δt при давлении P_0 (за счет изменения объема смеси, вызванного изменением давления и взаимодействием фаз). Коэффициент $\alpha^{\Delta V}$ может быть рассчитан, исходя из значений объемов смеси $V(P_0)$ в подобласти $\delta\Omega$ при известном давлении P_0 и объемов смеси $V(\tilde{P})$ в $\delta\Omega$ при давлении $\tilde{P} = P_0 + \Delta P$ (ΔP – некоторое приращение к P_0) по формуле:

$$\alpha^{\Delta V}(P_0) = \frac{V(P_0) - V(\tilde{P})}{\Delta P \cdot \text{mes}(\delta\Omega) \cdot \Delta t}. \quad (5)$$

Таким образом, дефициты/профициты объема смеси определяются в ходе итерационного процесса решения нелинейного уравнения (1). Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока отличия распределений дефицитов/профицитов объема смеси в расчетной области и давлений на зонах перфораций на соседних итерациях не будут меньше наперед заданных величин.

Если отбор или закачка осуществляются при фиксированном давлении, то на гранях соответствующих зон перфораций задается краевое условие вида (2).

Если для зоны перфорации с номером h заданы отбор или закачка объема смеси, то f^Γ в краевом условии (3) означает удельный объем смеси (то есть объем смеси, который отбирается или закачивается через единицу площади в единицу времени)

Если закачивается масса некоторой сжимаемой фазы и M^m – величина этой массы, то будем также использовать краевое условие вида (3), в котором объем фазы $f^{\Gamma,m}$ рассчитывается по известным значениям плотности ρ^m и масс M^m . Значения $f^{\Gamma,m}(P)$ можно линеаризовать в окрестности некоторого заданного значения P_0 . Тогда правая часть краевого условия (3) примет вид:

$$f^\Gamma = \sum_{m=1}^{NP} (f^{\Gamma,m}(P_0) + \alpha^m(P_0 - P)). \quad (6)$$

Коэффициент α^m вычисляется по аналогии с коэффициентом $\alpha^{\Delta V}$:

$$\alpha^m(P_0) = \frac{f^{\Gamma,m}(P_0) - f^{\Gamma,m}(P_0 + \Delta P)}{\Delta P}. \quad (7)$$

В случае, когда задан отбор массы некоторых (но не всех) фаз (например, жидких фаз), нам необходимо получить такое давление на скважине, при котором будет осуществляться заданный отбор масс $M^{\Sigma m}$. Тогда краевое условие на зоне перфорации будет иметь вид (2), в котором $P^\Gamma = P^\Gamma(M^{\Sigma m})$.

Давление P^Γ , при котором будет осуществляться заданный отбор массы $M^{\Sigma m}$, может быть найдено в результате итерационного процесса с условием выхода $\left| \left(\sum_m M^m(P^\Gamma) - M^{\Sigma m} \right) / M^{\Sigma m} \right| < \varepsilon_M$, где $M^m(P^\Gamma)$ – отбор массы m -й фазы в скважине, полученный при заданном давлении P^Γ . Этот итерационный процесс является внешним по отношению к итерационному процессу для определения дефицита/профицита объема смеси.

Если заданы краевые условия (3) (включая краевые условия с правой частью, определяемой по формуле (6)), то необходимо, чтобы давление вдоль зоны (зон) перфорации было распределено с учетом давления столба жидкости. Для этого предлагается следующая вычислительная схема.

Все грани конечных элементов, образующих зоны перфорации одной скважины, разбиваются на N_z групп, отличающихся глубиной расположения. Обозначим эти грани как $\{\Gamma_{i,j}\}$, где i – номер группы граней, находящихся на одном уровне по Z , а j – номер грани внутри группы. Грани внутри групп пронумеруем таким образом, чтобы грани, расположенные друг под другом, имели один и тот же номер j . Давление на гранях $\Gamma_{i,j}$ каждой группы связывается с давлением на грани $\Gamma_{1,j}$ в верхней группе с учетом давления столба жидкости. Правая часть формулы (3) на гранях $\Gamma_{i,j}$ имеет вид:

$$f^{\Gamma_{1,j}} = \frac{\theta_{1,j}}{\text{mes}(\Gamma_{1,j})} + \frac{\alpha}{\text{mes}(\Gamma_{1,j})} \left(\sum_{i=2}^{N_z} (P_{i,j}^d - \rho^{\text{mix}} g(z_1 - z_i)) - (N_z - 1) P_{1,j}^d \right), \quad (8)$$

$$f^{\Gamma_{i,j}} = \frac{\theta_{i,j}}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})} + \frac{\alpha}{\text{mes}(\Gamma_{i,j})} (P_{1,j}^d - P_{i,j}^d + \rho^{\text{mix}} g(z_1 - z_i)), \quad i = 2 \dots N_z, \quad (9)$$

где $\text{mes}(\Gamma_{i,j})$ – площадь грани $\Gamma_{i,j}$, α – коэффициент регуляризации, $P_{i,j}^d$ – давление в центре грани $\Gamma_{i,j}$, ρ^{mix} – плотность закачиваемой/отбираемой смеси, z_i – координата центра граней i -й группы. Значения $\theta_{i,j}$ вычисляются через значение полного объема смеси $f^\Gamma \cdot \sum_{\mu,v} \text{mes}(\Gamma_{\mu,v})$, проходящего через скважину в единицу времени, пропорционально площади грани $\Gamma_{i,j}$ и значениям коэффициента

$\sum_{m=1}^{NP} \tilde{K} \frac{\kappa^m}{\eta^m}$ на конечном элементе, содержащем эту грань (коэффициенты \tilde{K} вычисляются как $\tilde{K} = \vec{n}_{\Gamma_i}^T \mathbf{K} \vec{n}_{\Gamma_i}$ на соответствующих конечных элементах).

При достаточно больших значениях α уравнения (8)–(9) обеспечат одновременное выполнение условия (3) (с заданным значением f^Γ) и распределение давления на гранях Γ^2 согласно давлению в столбе жидкости.

Аналогичный подход к заданию краевых условия применяется и для случая закачки сжимаемых фаз (краевые условия, определяемые формулой (6)).

Моделирование взаимодействия фаз компонент происходит на уровне количества вещества n^{ml} компоненты l в фазе m . Под взаимодействием фаз понимаются следующие процессы: перемешивание – процессы перехода компоненты из фазы в фазу с определенной скоростью и при определенных условиях; химические реакции – взаимодействия веществ с образованием массы нового (или дополнительной массы существующего) вещества с возможным выделением тепла также с определенной скоростью и при определенных условиях.

Для моделирования перехода компоненты из одной фазы в другую определяется следующее правило: вещество l переходит из фазы m в фазу k при $\chi^{kl} < \chi^{kl,\max}(P, S, T, \chi)$ и $\chi^{ml} > \chi^{ml,\min}(P, S, T, \chi)$ со скоростью $v_l^{mk}(P, S, T, \chi)$.

Для осуществления перехода вычисляется количество молей вещества Δn^l , которое должно перейти из одной фазы в состав другой за временной шаг Δt . Вычисляются новые количества вещества и новые массовые доли компоненты l в фазах k и m . Проверяется, что выполняются заданные ограничения на допустимые массовые доли компоненты l в фазах; если хотя бы одно из условий $\chi^{kl} < \chi^{kl,\max}$ и $\chi^{ml} > \chi^{ml,\min}$ не выполняется, то значение Δn^l уменьшается.

Для задания химических реакций предлагается использовать следующую формализацию: реагирующие вещества с количеством молей $N^{ml}, (m, l) \in I_1^{ch}$ образуют соединение $N^{kj}, (k, j) \in I_2^{ch}$ (где I_1^{ch}, I_2^{ch} – множества пар чисел, обозначающих номера фаз и компонент реагирующих и образующихся веществ), при этом выделяется/поглощается количество тепла ΔH . Кроме того, задается скорость реакции $v_r(P, S, T, \chi)$ в терминах количества одного из реагирующих веществ.

Вычисляется количество вещества Δn^{ml} , которое может вступить в химическую реакцию за временной шаг Δt . Количество тепла, которое выделилось в результате реакции, и количество молей остальных веществ, участвующих в реакции, вычисляются как

$$\Delta \tilde{H} = \Delta H \cdot \Delta n^{vu} / N^{vu}, \quad \Delta n^{kj} = N^{kj} \cdot \Delta n^{vu} / N^{vu}, \quad (k, j) \in I_1^{ch} \cup I_2^{ch}. \quad (10)$$

Для реагирующих веществ определяется, хватает ли их для выполнения реакции. Если хотя бы одного вещества не хватает, то значение Δn^{vu} уменьшается до тех пор, пока не будет хватать всех реагирующих веществ.

Для решения тепловой задачи, сопровождающей решение задачи гидродинамики, предлагается использовать вычислительную схему, в которой вместо решения многомерной краевой задачи используется коэффициент, характеризующий скорость теплообмена между смесью флюидов и породой. Этот коэффициент может быть получен экспериментально или оценен теоретически. Новые значения температуры смеси T_{mix} и температуры матрицы-породы T_{base} после теплообмена между ними с коэффициентом β и процессов парообразования/конденсации находятся из решения системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{c^{mix} \rho^{mix} \Phi}{\Delta t} (T_{mix} - \tilde{T}_{mix}) = f^{\Delta Q} - \beta (T_{mix} - T_{base}), \\ \frac{c^{base} \rho^{base} (1 - \Phi)}{\Delta t} (T_{base} - \tilde{T}_{base}) = \beta (T_{mix} - T_{base}), \end{cases} \quad (11)$$

где c^{mix} , ρ^{mix} – эффективные теплоемкость и плотность смеси фаз, c^{base} , ρ^{base} – теплоемкость и плотность породы, \tilde{T}_{mix} , \tilde{T}_{base} – температура смеси и породы до теплообмена между ними, $f^{\Delta Q}$ – плотность источника, определяющая количество теплоты, выделившейся (поглотившейся) в расчетной области. Значения c^{mix} , ρ^{mix} вычисляются как средневзвешенные теплоемкости и плотности фаз по их массе в составе смеси.

Используя распределение поля давления, полученное в результате решения уравнения (1), вычислим объемы смеси V'_{Γ_i, Ω_e} , перетекающие через грань Γ_i конечного элемента Ω_e за единицу времени:

$$V'_{\Gamma_i, \Omega_e} = \sum_{m=1}^{NP} \frac{\kappa_e^m}{\eta_e^m} Q_{\Gamma_i, \Omega_e}^m, \quad (12)$$

где κ_e^m и η_e^m – фазовая проницаемость и вязкость фазы m на конечном элементе Ω_e , соответственно, а Q_{Γ_i, Ω_e}^m определяется по формуле

$$Q_{\Gamma_i, \Omega_e}^m = - \int_{\Gamma_i} \mathbf{K} \left(\text{grad} (P + P_c^m) + (0, 0, \rho^m g)^T \right) \cdot \vec{n}_{\Gamma_i, \Omega_e} d\Gamma, \quad (13)$$

Здесь $\vec{n}_{\Gamma_i, \Omega_e}$ – вектор внешней (по отношению к Ω_e) нормали к Γ_i . Формулы (12)-(13) определяют не только значение скорости потока m -й фазы через грань

Γ_i , но и его направление по отношению к конечному элементу Ω_e (при положительном Q_{Γ_i, Ω_e}^m , фаза m вытекает из Ω_e , при отрицательном Q_{Γ_i, Ω_e}^m – втекает в Ω_e).

Для граней Γ_i , которые находятся внутри расчетной области Ω , вычисляем взвешенное среднее величин Q_{Γ_i, Ω_e}^m и $Q_{\Gamma_i, \Omega_{e'}}$ на смежных конечных элементах Ω_e и $\Omega_{e'}$, $\Gamma_i = \Omega_e \cap \Omega_{e'}$, используя следующую формулу:

$$Q_{\Gamma_i}^m = \frac{\tilde{K}_{e'}}{\tilde{K}_{e'} + \tilde{K}_e} Q_{\Gamma_i, \Omega_e}^m - \frac{\tilde{K}_e}{\tilde{K}_{e'} + \tilde{K}_e} Q_{\Gamma_i, \Omega_{e'}}^m, \quad \forall m. \quad (14)$$

Численный поток фазы $V_{\Gamma_i}^m$ на грани Γ_i вычисляется путем умножения $Q_{\Gamma_i}^m$ на коэффициент κ^m / η^m , где значения κ^m и η^m взяты с того элемента, откуда вытекает поток $Q_{\Gamma_i}^m$. Численный поток смеси V_{Γ_i}' через грань Γ_i определяется как сумма численных потоков фаз $V_{\Gamma_i}^m$.

Применение МКЭ с узловыми базисными функциями для аппроксимации краевой задачи для давления по методу Галеркина дает численное решение, не гарантирующее сохранение масс веществ в фильтрующейся смеси. Для устранения этого недостатка используется специальный метод балансировки потоков смеси [1,5]. Полученные в результате применения данного метода сбалансированные потоки смеси \tilde{V}_{Γ_i}' делятся на сбалансированные потоки фаз $\tilde{V}_{\Gamma_i}^m$ в максимальном соответствии с численными потоками фаз $V_{\Gamma_i}^m$, т.е.

$$\tilde{V}_{\Gamma_i}^m = V_{\Gamma_i}^m + \left(\tilde{V}_{\Gamma_i}' - \sum_{n=1}^{NP} V_{\Gamma_i}^n \right) \cdot \left(\frac{|V_{\Gamma_i}^m|}{\sum_{n=1}^{NP} |V_{\Gamma_i}^n|} \right). \quad (15)$$

Затем вычисляется объем m -й фазы $\tilde{V}_{\Gamma_i}^m$, который перетекает через грань Γ_i за время Δt .

Новые значения насыщенностей на элементе Ω_e вычисляются по формуле

$$\tilde{S}_{\Omega_e}^m = \frac{\text{mes}(\Omega_e) \Phi S^m + \Delta V^m + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{in}, m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m - \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{\text{out}, m}} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m}{\text{mes}(\Omega_e) (\Phi + \Delta \Phi)}, \quad (16)$$

где $I_{\Omega_e}^{\text{in}, m}$ – множество номеров граней элемента Ω_e , через которые m -я фаза втекает в него, а $\Delta \Phi$ – изменение объема порового пространства за счет изменения давления.

Новые значения количества молей вещества (l -й компоненты в m -й фазе) в ячейке Ω_e вычисляются по формуле

$$\tilde{n}_{\Omega_e}^{ml} = \left(\sum_{i \in I_{\Omega_e}^{in,m}} \rho_{\Omega_{k_i}}^m \chi_{\Omega_{k_i}}^{ml} \tilde{V}_{\Gamma_i}^m + \rho_{\Omega_e}^m \chi_{\Omega_e}^{ml} \left(\text{mes}(\Omega_e) \Phi S^m + \Delta V^m - \sum_{j \in I_{\Omega_e}^{out,m}} \tilde{V}_{\Gamma_j}^m \right) \right) / M_l, \quad (17)$$

где Ω_{k_i} – ячейка, из которой объем фазы $\tilde{V}_{\Gamma_i}^m$ втекает в ячейку Ω_e через грань Γ_i .

Новое значение температуры смеси вычисляется по формуле

$$\tilde{T}_{\Omega_e}^{mix} = \frac{\sum_{m=1}^{NP} c_{\Omega_e}^m T_{\Omega_e}^{mix} \rho_{\Omega_e}^m \left(\text{mes}(\Omega_e) \Phi S^m + \Delta V^m - \sum_{j \in I_{\Omega_e}^{out,m}} \tilde{V}_{\Gamma_j}^m \right) + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{in,m}} c_{\Omega_{k_i}}^m T_{\Omega_{k_i}}^{mix} \rho_{\Omega_{k_i}}^m \tilde{V}_{\Gamma_i}^m}{\sum_{m=1}^{NP} c_{\Omega_e}^m \rho_{\Omega_e}^m \left(\text{mes}(\Omega_e) \Phi S^m + \Delta V^m - \sum_{j \in I_{\Omega_e}^{out,m}} \tilde{V}_{\Gamma_j}^m \right) + \sum_{i \in I_{\Omega_e}^{in,m}} c_{\Omega_{k_i}}^m \rho_{\Omega_{k_i}}^m \tilde{V}_{\Gamma_i}^m} \quad (18)$$

Вторая глава содержит информацию о конечноэлементной аппроксимации уравнения давления на несогласованных сетках с ячейками в виде шестигранников и базисными функциями первого порядка. В ней представлен алгоритм для расчета дефицита/профицита объема смеси, возникающих в результате химических реакций, перемешивания фаз и фазовых переходов, алгоритмы расчета давления и температуры, а также алгоритмы расчета потоков смеси на основе поля давления и обновления состояния расчетной области.

Третья глава диссертационной работы содержит описание общей архитектуры программного комплекса и его взаимосвязи с разработанной подсистемой для моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации.

В состав программного комплекса входят следующие подсистемы:

- 1) подсистема обработки данных большого объема для оперативного анализа параметров работы фонда скважин (**M1**);
- 2) подсистема построения конечноэлементных сеток (**M2**);
- 3) подсистема для 3D-моделирования процессов неизотермической многофазной фильтрации (**M3**);
- 4) подсистема решения трехмерных обратных задач (**M4**) и задач синтеза оптимального управления воздействием на пластовую систему (**M4_S**).

Управление всеми модулями осуществляется из-под графического интерфейса. На рисунке 1 представлены основные подсистемы комплекса и схемы их функционирования и взаимодействия.

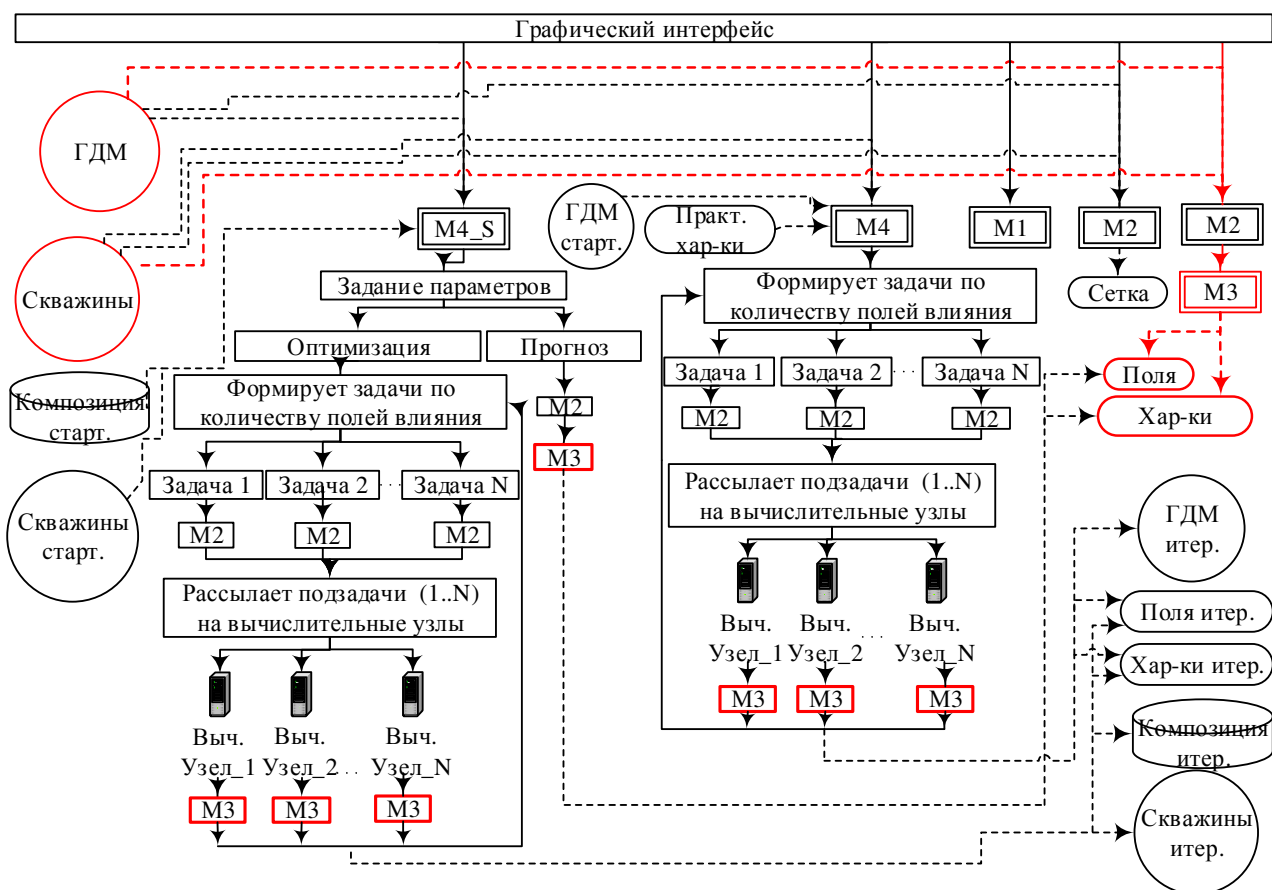


Рисунок 1 – Общая архитектура программного комплекса

Как видно из рисунка 1, разработанная подсистема **M3** используется как отдельно, так и в составе подсистем **M4** (для расчета функций чувствительности каждого из искомых параметров гидродинамической модели) и **M4_S** (для расчета функций чувствительности параметров управления добычи).

Входными данными для модуля являются гидродинамическая модель (ГДМ) и система скважин. На рисунке 2 (слева) показаны основные блоки данных **B1-B6**, входящие в состав этих структур. Системе скважин соответствует блок данных «Скважины» (**B1**), который включает в себя информацию о количестве скважин, их расположении и режимах работы. Гидродинамическая модель объединяет в себе данные из блоков **B2-B6**. Блок данных «Фазово-компонентная модель» (**B3**) содержит информацию о компонентно-фазовой модели (список компонент и фаз, их свойства и т.д.). Блок данных «Правила взаимодействия компонент» (**B2**) определяет взаимодействие компонент в виде правил перемешивания и химических реакций. Блок «Слои» (**B4**) содержит в себе информацию о слоях пластовой системы (рельеф, абсолютная проницаемость, пористость и т.д.). Блоки «Материальные контура» (**B5**) и «Контура насыщенности» (**B6**) содержат в себе информацию о материальных неоднородностях пористой среды и неоднородностях насыщенности.

Для работы модуля **М3** также необходима конечноэлементная сетка и начальные распределения температуры, насыщенностей фаз, массовых долей компонент, пористости и тензора проницаемости. Эти данные являются результатами работы модуля **М2**.

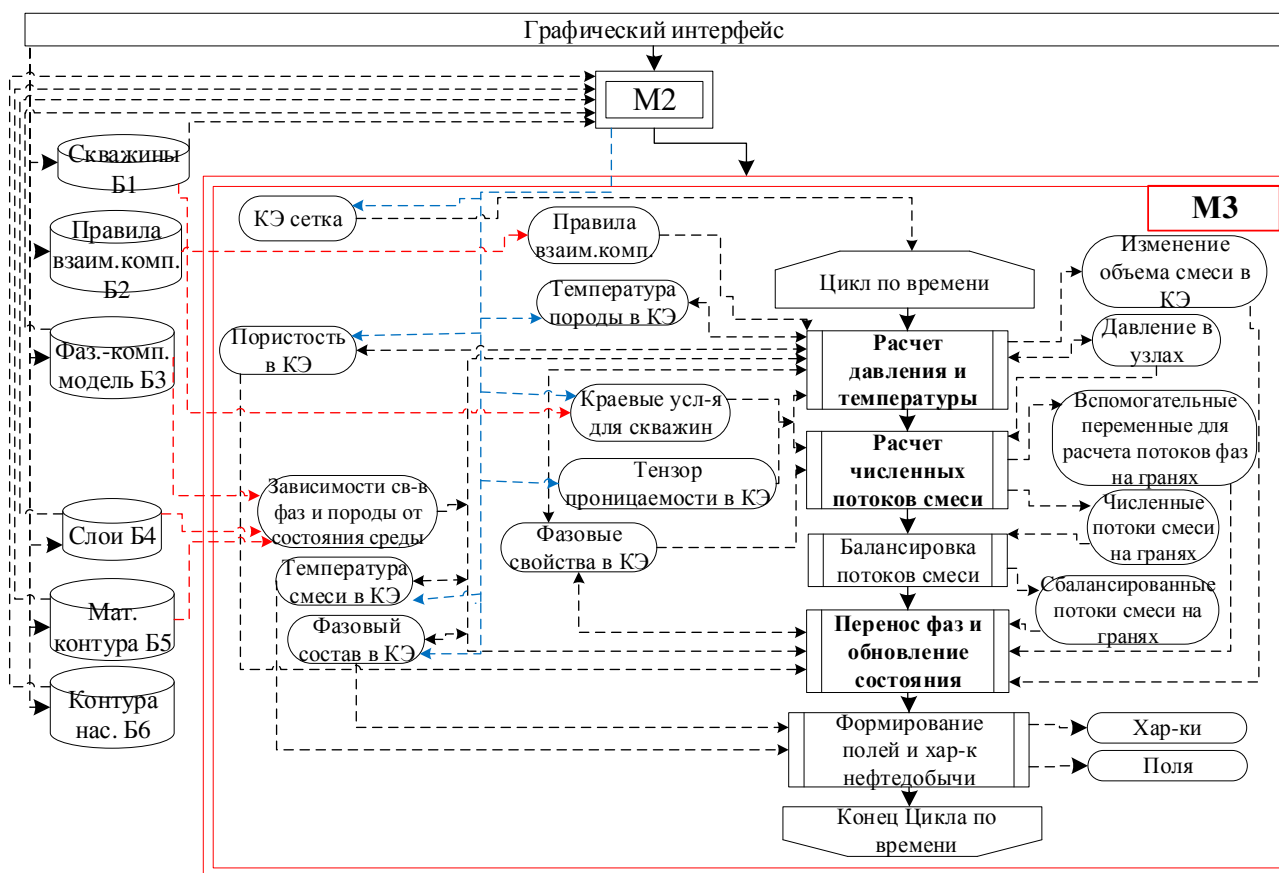


Рисунок 2 – Подсистема моделирования неізотермической многофазной фильтрации

В данной главе диссертационной работы также продемонстрированы возможности разработанной подсистемы на задачах моделирования неізотермических многофазных многокомпонентных потоков в высоконеоднородных пористых средах. Для полученных результатов проверялось выполнение закона сохранения масс всех компонент в условиях переходов компонент между фазами и химического воздействия на пластовую систему, сопровождающегося образованием новой фазы. Погрешность в балансе масс каждой компоненты не превысила $2 \cdot 10^{-5}\%$. Также проверено выполнение закона сохранения энергии с учетом образования источников тепла, возникающих в ходе моделирования. Погрешность в балансе тепловой энергии не превысила $6 \cdot 10^{-5}\%$

В четвертой главе приведены результаты верификации разработанного численного метода моделирования неізотермической фильтрации путем решения задач, имеющих аналитическое решение, сравнения решений ряда модельных задач с результатами ПК Tempest и сравнения решений трех задач (первой,

четвертой и десятой) из сравнительного проекта SPE (Society of Petroleum Engineers) с результатами, полученными в программных комплексах гидродинамического моделирования известных компаний (Rohar, Landmark и др.). Результаты верификации подтвердили корректность разработанной математической модели и правильность реализации численных процедур.

В пятой главе представлены результаты применения разработанной математической модели и численного метода при решении задачи автоматической адаптации по историческим данным для модели реального нефтяного месторождения Республики Татарстан. Приведены результаты численных исследований технологий полимерного и ПАВ-полимерного заводнения при разработке месторождения высоковязкой нефти. Наличие полимера в водном растворе увеличивает его вязкость в зависимости от концентрации полимера, под воздействием ПАВ снижается остаточная насыщенность нефти. Растворы полимера и ПАВ-полимера закачивались только в скважины I4 и I5 (рисунок 4).

Для оценки точности моделирования закачки в пласт раствора ПАВ-полимера были проведены расчеты на четырех последовательно вложенных сетках. На рисунке 3 показаны полученные распределения насыщенности нефти на конец расчета вблизи скважины I4. Значения суммарного объема добытой нефти для сетки с шагом 15м на конец расчета отличаются от значений, полученных на сетке с вдвое меньшим шагом, на 1.2%.

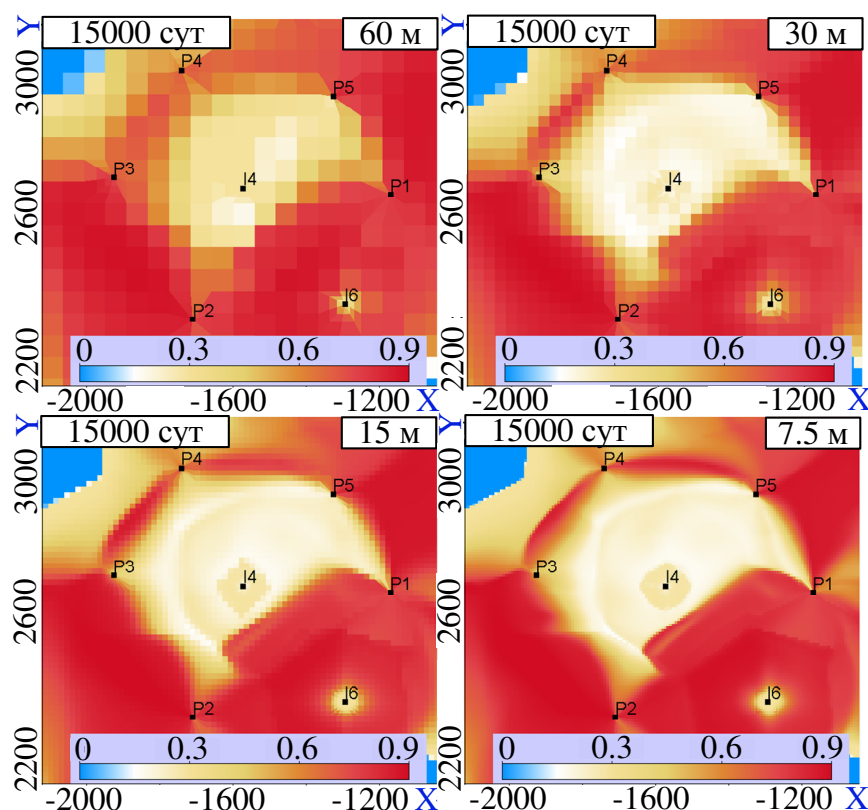


Рисунок 3 – Насыщенность нефти на вложенных сетках

На рисунке 4 показаны распределения насыщенности нефти к концу разработки при использовании трех технологий добычи: вытеснение водой, полимерное и ПАВ-полимерное заводнения. При моделировании закачки раствора ПАВ-полимера отличия выражены в первом и втором слоях модели. Остаточная нефть «вымыта» в области вблизи скважин I4 и I5.

В результате исследования было получено, что эффект от использования полимера и ПАВ появился через полгода после окончания закачки растворов. На конец расчета при использовании полимера было дополнительно добыто 33.9 тыс. м³ нефти, а использование ПАВ позволило увеличить добычу еще на 25 тыс. м³.

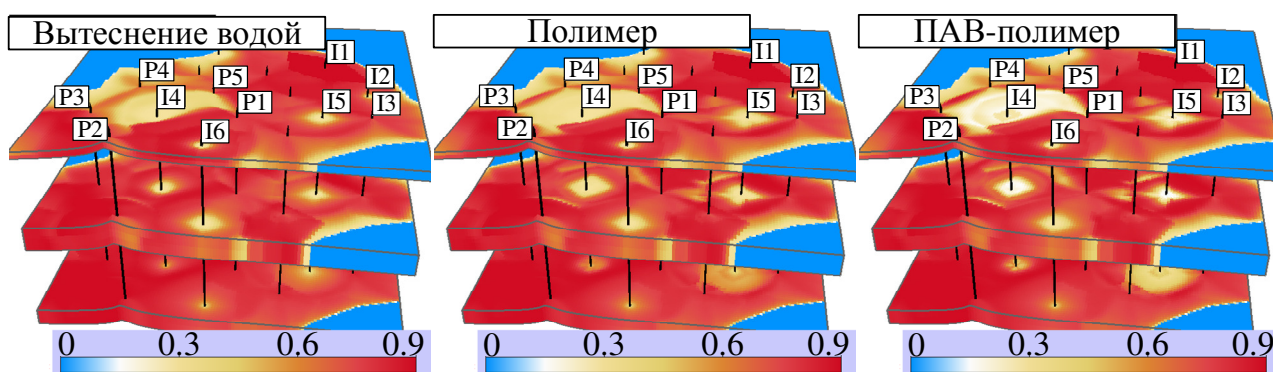


Рисунок 4 – Насыщенность фазы нефти на конец расчета при использовании трех технологий добычи

Проведенное исследование показало, что представленные методы моделирования позволяют изучать возможности применения различных вытесняющих агентов и их композиций с целью увеличения нефтеотдачи высоковязкой нефти и проектировать эффективную разработку нефтяного месторождения на основе его цифровой гидродинамической модели.

В диссертационной работе приведены результаты численного исследования технологии закачки горячей воды для увеличения нефтеотдачи для месторождений сверхвязкой нефти. Для исследования семь скважин были использованы для циклической закачки горячей воды, т.е. в каждую скважину в течение 30 суток закачивалась горячая вода, после этого 10 суток скважины не работали, затем 360 дней велась добыча нефти. По окончании добычи снова начиналась закачка горячей воды. Всего было проведено десять таких циклов.

На рисунке 5 показаны графики суммарного объема добытой нефти в зависимости от температуры закачиваемой воды. Как видно из представленных графиков суммарный прирост добычи нефти достиг 70% при закачке горячей воды с температурой 100 °С и 99% для температуры 200 °С.

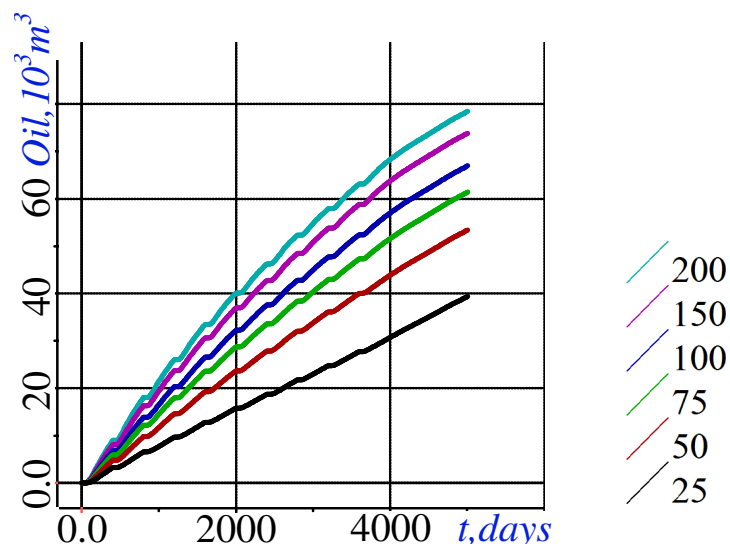


Рисунок 5 – Суммарный по скважинам накопленный объем добытой нефти при закачке воды различной температуры

Время, затрачиваемое на расчет конвективного переноса тепла, не превысило 5% от общего времени расчета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложена математическая модель неизотермической многофазной фильтрации сжимаемых фаз с учетом различного взаимодействия. Она учитывает многокомпонентность фаз, различные способы задания зависимостей свойств фаз от давления, температуры и массовых долей их компонент (с использованием, как аналитических формул, так и таблиц), переход компонент из одной фазы в другую (включая растворение газа и дегазацию), химические реакции и фазовые переходы, сопровождающиеся выделением или поглощением тепла.

2. Предложен численный метод моделирования, основанный на неявном методе расчета давления и явном переносе фаз и компонент с пересчетом насыщенностей, массовых долей компонент и температуры на конечных элементах. В предложенном подходе обновление состояния каждой ячейки конечно-элементной сетки моделируется явно в зависимости от объема и состава фаз, втекающих, вытекающих и оставшихся в ячейке. Это обеспечивает простую реализацию переходов компонент из одной фазы в другую, обновление всех свойств фаз и моделирование химических реакций с появлением/исчезновением компонент или фаз.

3. Разработаны алгоритмы решения краевой задачи для давления методом конечных элементов, алгоритмы вычисления по полю давления потоков фаз, перетекающих через грани элементов, алгоритмы пересчета насыщенностей, массовых долей компонент и температуры фаз на конечных элементах. Было

показано, что использование неконформных конечноэлементных сеток позволяет уменьшить вычислительные затраты почти на порядок.

4. Разработана вычислительная схема для расчета теплового взаимодействия матрицы-породы и смеси флюидов в коллекторе, в которой используется коэффициент, характеризующий скорость теплообмена между смесью флюидов и породой. Предложен способ оценки данного коэффициента.

5. Для повышения вычислительной эффективности разработанного метода моделирования разработаны специальные подходы к учету различного типа нелинейностей. Это метод линеаризации правых частей уравнения для давления и краевых условий, который позволяет ускорить сходимость итерационного процесса для решения уравнения давления; использование специальных краевых условий, позволяющих исключить итерационный процесс для получения корректного давления вдоль ствола скважины с учетом гидростатического напора жидкости; использование специальных краевых условий, позволяющих заменять скважины реального радиуса на скважины с большим радиусом без существенного влияния на результат решения.

6. Разработана подсистема программного комплекса, позволяющая моделировать неизотермический многофазный многокомпонентный поток в трехмерных пористых средах со сложной структурой и большим числом действующих скважин. Она предоставляет широкие возможности для проведения численного моделирования различных методов увеличения нефтеотдачи как при решении модельных задач, так и для реальных месторождений. Разработанная подсистема в составе программного комплекса позволяет также решать задачи автоадаптации цифровых моделей нефтяных месторождений и дальнейшей оптимизации процессов нефтедобычи.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы, опубликованные в журналах из перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук:

1. Конечноэлементное моделирование многофазных потоков с их балансировкой при фиксировании рабочего давления на скважинах в процессе нефтедобычи / **Овчинникова А.С.**, Патрушев И.И., Гриф А.М., Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г. // Вычислительные методы и программирование. 2022. – Т. 23, №1. – С. 60–74.

2. Численное моделирование нефтедобычи с применением ПАВ-полимерного заводнения / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, И.И. Патрушев,

А.С. Овчинникова // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. - 2021. – Т. 21, № 4. – С. 544–558.

3. Применение процедуры группирования конечных элементов для повышения эффективности моделирования нестационарного многофазного потока в высоконеоднородных трехмерных пористых средах / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, И.И. Патрушев, **А.С. Овчинникова** // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика, 2021 - № 57. – С. 34-44.

4. **Овчинникова А.С.** Вычислительная схема для расчета температурного поля при решении задач нефтедобычи // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – № 4 (84). – С. 37–48.

Работы, опубликованные в журналах, индексируемых в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science и/или Scopus:

5. Soloveichik Y.G., Persova M.G., Grif A.M., **Ovchinnikova A.S.**, Patrushev I.I., Vagin D.V., Kiselev D.S. A method of FE modeling multiphase compressible flow in hydrocarbon reservoirs // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Elsevier B.V., 2022. Vol. 390. Art. 114468. (*Q1 WoS / Q1 Scopus*)

6. **Ovchinnikova A.S.**, Patrushev I.I., Grif A.M. Modeling of Gas-liquid Mixture Flow Considering the Processes of Gas Liberation and Dissolution // Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2021) : proc. of the 15 intern. sci. and techn. conf., Novosibirsk, 19–21 Nov. 2021. – Novosibirsk : Publ. NSTU, 2021. P. 568-572.

7. **Ovchinnikova A.S.** Computational Scheme of Temperature Field Calculation During Modeling Multiphase Flow in Porous Media // Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2021) : proc. of the 15 intern. sci. and techn. conf., Novosibirsk, 19–21 Nov. 2021. – Novosibirsk : Publ. NSTU, 2021. P. 564-567.

8. Analysis of the polymer flooding efficiency in one of the high-viscosity oil fields based on mathematical modeling / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **A.S. Ovchinnikova**, D.S. Kiselev, I. I. Patrushev // Геомодель 2021 : 23 науч.-практ. конф. по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа, Геленджик, 6–10 сент. 2021 г. – Геленджик: EAGE, 2021. – 6 с.

9. Uncertainty and approximation of a highly heterogeneous oil reservoirs when solving problems of automatic history matching / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, D.V. Vagin, **A.S. Ovchinnikova**, A.M. Grif // Geomodel 2021. Геленджик, : EAGE, 2021. С. 1–6.

10. Numerical 3D simulation of enhanced oil recovery methods for high-viscosity oil field / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, **A.S. Ovchinnikova**, I.I. Patru-

shev, A.V. Nasybullin, E.V. Orekhov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Tomsk, 2019. - Art. 012050 (10 p.).

11. The approach to the automatic adaptation of a high-viscosity oil field hydrodynamic model based on the multidimensional inverse problem of multi-phase filtration / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, D.V. Vagin, A.M. Grif, **A.S. Ovchinnikova**, I.I. Patrushev, A.V. Nasybullin, E.V. Orekhov // Геомодель 2019: 21 науч.-практ. конф. по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа, Геленджик, 9-13 сент. 2019 г. Москва: EAGE publ., Vol. 2019, № 1. P. 1–6.

12. Oil production optimization based on the finite-element simulation of the multi-phase flow in porous media and inverse problem solution / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, D.V. Vagin, A.M. Grif, I.I. Patrushev, **A.S. Ovchinnikova** // ГеоБайкал 2020: материалы конф., Иркутск, окт. 2020 г. – Иркутск: EAGE, 2020. – С. 21.

Программы для ЭВМ, зарегистрированные в ФИПС (Роспатент):

13. HDPoM (HydroDynamic in Porous Media) / Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Вагин Д.В., Гриф А.М., Патрушев И.И., **Овчинникова А.С.** // Свидетельство о государственной регистрации №2018665401 от 04.12.2018 М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). 2018.

14. HDPoM 2.0 (HydroDynamic in Porous Media) / Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., **Овчинникова А.С.**, Вагин Д.В., Патрушев И.И., Гриф А.М., Карасенко И.И., Гумалевский Р.В. // Свидетельство о государственной регистрации №2021661751 от 15.07.2021 М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). 2021.

15. Программный комплекс для гидродинамического моделирования FlowER / Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., **Овчинникова А.С.**, Патрушев И.И., Вагин Д.В., Гумалевский Р.В., Орехов Е.В., Карасенко И.И., Насыбуллин А.В., Гриф А.М., Кисилев Д.С. // Свидетельство о государственной регистрации № 2019665615 от 26.11.2019 М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). 2019.

Отпечатано в типографии Новосибирского
государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К.Маркса, 20,
тел./факс (383) 346-08-57

формат 60 X 84/16 объем 1.5 п.л., тираж 100 экз.

Заказ № 1122. Подписано в печать 24.06.2022 г.