

На правах рукописи



Филоненко Петр Александрович

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КРИТЕРИЕВ
ДЛЯ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗЫ ОДНОРОДНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ
ПО СЛУЧАЙНО ЦЕНЗУРИРОВАННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ**

Специальность 05.13.17 – Теоретические основы информатики

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Новосибирск – 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент
Постовалов Сергей Николаевич

Официальные оппоненты: **Марченко Михаил Александрович**,
доктор физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт вычислительной
математики и математической геофизики
Сибирского отделения Российской академии
наук, заведующий лабораторией;

Малов Сергей Васильевич,
кандидат физико-математических наук, доцент,
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Санкт-Петербургский
государственный университет»,
ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский
Томский государственный университет»,
г. Томск

Защита состоится «17» мая 2018 г. в 14⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.173.06 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета и на сайте <http://www.nstu.ru>.

Автореферат разослан «___» _____ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Фаддеенков Андрей Владимирович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Современное состояние и актуальность темы исследования. На сегодняшний день математический аппарат проверки статистических гипотез является эффективным и гибким средством для анализа данных и исследования статистических закономерностей. В таких задачах статистический критерий представляет собой инструмент для анализа данных, для которого необходимо понимать, что он измеряет, особенности его применения, достоинства и недостатки, а также какие результаты можно получить и с какими ошибками при этом можно столкнуться.

Проверка гипотезы о принадлежности двух выборок случайных величин одной генеральной совокупности, или гипотезы однородности распределений, – это отдельная задача в теории проверки статистических гипотез. Особенно широкое применение проверка статистической гипотезы однородности распределений получила в анализе продолжительности бесперебойной работы объектов в задачах теории надежности, где каждое наблюдение выборки – это время наблюдения за объектом.

В отечественной литературе широкое распространение получили критерии однородности распределений Колмогорова-Смирнова, Лемана-Розенблатта и Андерсона-Дарлингга-Петита, которые являются модификациями критериев согласия Колмогорова, ω^2 и Ω^2 . Для описанных критериев справедливо выполнение предположения о том, что у исследователя имеются выборки продолжительности наблюдений за объектами, состоящие из полных наблюдений. Однако на практике это не всегда бывает так, поскольку в процессе проведения эксперимента некоторые объекты могут выйти из-под наблюдения, но известно, что отказ (событие, наступлению которого соответствует окончание эксперимента) еще не наступил. Примером такого события может быть переезд пациента, который еще не до конца завершил лечение. Такие наблюдения называются *цензурированными*.

Среди отечественных публикаций, направленных на анализ и обработку цензурированных данных, стоит отметить работы Благовещенского Ю.Н., Скрипника В.М., Приходько Ю.Г., Назина А.Е., Ушакова И.А., Острейковского В.А., Антонова А.В., Никулина М.С., Аронова И.З. и др. В зарубежной литературе изучению теории надежности и использованию цензурированных данных посвящено множество работ, среди которых стоит выделить работы В. Багдонавичуса (V. Bagdonavičius), А. Абдушукурова (A.A. Abdushukurov), Н. Балакришнана (N. Balakrishnan), Д. Кокса (D.R. Cox), У. Нельсона (W. Nelson) и др.

Разработка методов проверки статистической гипотезы однородности распределений для цензурированных наблюдений берет свое начало с обобщения существующих классических методов. Так, например, в 1965 году Гехан (Gehan E.A.) и в 1972 году Пето (Peto R., Peto J.) модифицировали непараметрический ранговый критерий Уилкоксона для случая цензурированных справа наблюдений. Различными авторами предлагались

ранговые критерии: в 1966 году Н. Мантел (N. Mantel) предложил логарифмический ранговый критерий, а Мантел (N. Mantel) и Кокс (D.R. Cox) описали и исследовали критерий Кокса-Мантела. Для логрангового критерия в литературе существуют модификации в виде взвешенных критериев: Тэрона-Вэра, Пето-Прентиса и Прентиса. Другой подход использовали В. Багдонавичус (V. Bagdonavičius) и Никулин М.С. при разработке критериев однородности распределений: на основе различных моделей функций надежности SCE, MCE и обобщенной модели Кокса были предложены статистики критериев для однократных и многократных пересечений функций надежности. Еще один подход проверки гипотезы однородности – это двухэтапный способ вычисления статистики критерия с помощью специальной функции на множестве значений статистик других известных критериев. Двухэтапные критерии встречаются в работах Н.Балакришнана (N.Balakrishnan), Р.Мартинез (R.L.M.C. Martinez), Г.Бёнинга (H. Büning) и др.

Проверить статистическую гипотезу однородности распределений можно также с помощью критериев проверки других статистических гипотез, например, однородности характеристик распределений (средних, дисперсий, медиан и др.) и/или их комбинаций. В литературе для проверки гипотезы однородности средних известны параметрические критерии Стьюдента и Крамера-Уэлча. Однако для данных критериев отсутствуют модификации для цензурированных данных. Среди критериев однородности дисперсий в литературе существует большое разнообразие методов, например, критерии Бартлетта, Кохрена, Хартли, Левене, Ансари-Бредли, Сижела-Тьюки, Муда, Кейпена, Клотца и др. Тем не менее, описано и исследовано не так много аналогов для цензурированных данных.

Таким образом, на данный момент существует множество статистических критериев для проверки гипотезы однородности, но остается открытым вопрос, какой из критериев и в каком случае лучше использовать. Кроме того, зачастую, в новых работах авторов, отсутствует информация о том, насколько быстро с ростом объемов выборок распределение статистики критерия достигает своего предельного распределения.

Поэтому актуальными задачами являются: сравнительный анализ статистической мощности критериев однородности при близких альтернативах и на группах альтернатив, а также исследование различий между распределением статистик критериев однородности на выборках конечного объема и предельным законом распределения, в том числе исследование скорости сходимости распределения статистик критериев к предельному закону.

Цель и задачи исследования. Целью данной диссертационной работы является повышение надежности получаемых статистических выводов при проверке гипотезы однородности по случайно цензурированным справа наблюдениям.

В соответствии с поставленной целью предусмотрено решение следующих задач:

1. Исследование скорости сходимости распределений статистик критериев к предельному закону распределения в случае цензурированных справа данных;
2. Сравнительный анализ мощности критериев для проверки гипотезы однородности на парах близких конкурирующих гипотез в случае цензурированных справа данных;
3. Исследование поведения мощности статистических критериев в случае разных объемов и разной степени цензурирования выборок для цензурированных справа данных;
4. Исследование влияния закона распределения моментов цензурирования на мощность статистических критериев для проверки гипотезы однородности распределений в случае цензурированных справа данных;
5. Формирование рекомендаций по выбору оптимального критерия для проверки гипотезы однородности распределений по цензурированным данным на основе теории принятия решений в условиях риска и неопределенности;
6. Разработка и/или модификация статистических критериев для проверки статистической гипотезы однородности распределений по цензурированным данным справа при использовании статистик известных критериев.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использовались методы математической статистики, теории вероятностей, математического программирования и статистического моделирования.

Научная новизна диссертационной работы заключается в:

- результатах исследования скорости сходимости распределений статистик критериев однородности к соответствующему предельному распределению в случае цензурированных справа данных;
- результатах сравнительного анализа мощности критериев для проверки гипотезы однородности распределений при близких альтернативных гипотезах в случае цензурированных справа наблюдений;
- формировании рекомендаций выбора статистического критерия для проверки гипотезы однородности распределений на основе статистической мощности критериев и правил Вальда и Сэвиджа для принятия решений в условиях риска и неопределенности;
- результатах исследования влияния закона распределения моментов цензурирования на мощность статистических критериев для проверки гипотезы однородности распределений в случае цензурированных справа наблюдений;
- модификации известных статистических критериев однородности средних Стьюдента и Крамера-Уэлча для цензурированных справа наблюдений;

– разработке новых статистических критериев максимального значения и $MIN3$ для проверки гипотезы однородности распределений по цензурированным справа наблюдениям;

– разработке алгоритма вычисления достигаемого уровня значимости для критериев проверки гипотезы однородности распределений по двум исходным выборкам в случае полных данных.

Положения, выносимые на защиту:

1. Результаты исследования скорости сходимости распределений статистик критериев однородности к соответствующему предельному закону в случае цензурированных справа данных;

2. Результаты сравнительного анализа мощности критериев для проверки гипотезы однородности распределений на группах альтернативных гипотез;

3. Новые статистические критерии максимального значения и $MIN3$ для проверки гипотезы однородности распределений по цензурированным справа наблюдениям;

4. Модификации статистических критериев Стьюдента и Крамера-Уэлча для цензурированных справа данных;

Личный творческий вклад автора в совместных публикациях заключается в:

– исследовании скорости сходимости распределений статистик критериев однородности к соответствующему предельному распределению в случае цензурированных справа данных;

– проведении сравнительного анализа мощности критериев для проверки гипотезы однородности распределений на близких альтернативных гипотезах в случае цензурированных справа наблюдений;

– формировании рекомендаций выбора статистического критерия для проверки гипотезы однородности распределений на основе статистической мощности критериев и правил Вальда и Сэвиджа для принятия решений в условиях риска и неопределенности;

– исследовании влияния закона распределения моментов цензурирования на мощность статистических критериев для проверки гипотезы однородности распределений в случае цензурированных справа данных;

– модификации известных статистических критериев однородности средних Стьюдента и Крамера-Уэлча для цензурированных справа данных;

– разработке новых статистических критериев максимального значения и $MIN3$ для проверки гипотезы однородности распределений по цензурированным данным справа;

– разработке алгоритма вычисления достигнутого уровня значимости для критериев проверки гипотезы однородности распределений по двум исходным выборкам в случае полных данных;

– разработке программного обеспечения для статистического моделирования распределений статистик критериев для разных законов распределения моментов отказа и цензурирования, а также различной степени цензурирования.

Практическая ценность и реализация результатов заключается в формировании рекомендаций по проведению статистического эксперимента проверки гипотезы однородности распределений для случайно цензурированных справа наблюдений. Классические критерии однородности средних Стьюдента и Крамера-Уэлча на основе разработанных модификаций могут применяться в случае данных типа времени жизни. Разработанный статистический критерий *MIN3* является устойчивым критерием для проверки гипотезы однородности распределений при неизвестной альтернативной гипотезе для случайно цензурированных данных. Разработанные алгоритмы моделирования распределений статистик критериев для проверки гипотезы однородности распределений по цензурированным справа выборкам реализованы в зарегистрированной программе ЭВМ «Программа для вычисления значений статистик критериев однородности по двум выборкам» (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017615277 (2017 г.). – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент)).

Полученные результаты в рамках данной диссертационной работы были внедрены в практику деятельности общества с ограниченной ответственностью «Российские мясопродукты – Холдинг» для решения задачи статистического контроля качества производственного процесса выпуска готовой продукции, что подтверждается соответствующим Актом о внедрении от 27.02.2017 г.

Диссертационные исследования выполнены при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках проектной части государственного задания (проекты №2.541.2014/К и №1.1009.2017/ПЧ), при поддержке федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» (далее – НГТУ) в рамках реализуемой программы стратегического развития НГТУ по итогам конкурса проектов среди молодых учёных (проект №С-15, 2017г.) и в рамках студенческих грантов НГТУ (№034 – НСГ – 13, 2013-2014 гг.; №042 – НСГ – 14, 2014-2015 гг.).

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Содержание диссертации соответствует п.5 области исследований «Разработка и исследование моделей и алгоритмов анализа данных, обнаружения закономерностей в данных и их извлечениях, разработка и исследование методов и алгоритмов анализа текста, устной речи и изображений» паспорта специальности научных работников 05.13.17 – «Теоретические основы информатики» по техническим наукам.

Апробация результатов диссертации. Результаты работы докладывались на международном семинаре “Applied Methods of Statistical Analysis”, Новосибирск, 2013г., 2015г. и Красноярск, 2017г.; международном форуме по стратегическим технологиям “International Forum on Strategic Technology, IFOST-2016”, Новосибирск, 2016 г.; республиканской научно-

практической конференции “Statistics and its applications”, Ташкент, Узбекистан, 2015г.; международной научно-технической конференции “Актуальные проблемы электронного приборостроения”, Новосибирск, 2012г., 2014г. и 2016г.; международной конференции "Вычислительная и прикладная математика", Новосибирск, 2017г; международной конференции «Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing XI», Глазго, Великобритания, 2017г.; российской научно-технической конференции “Обработка информационных сигналов и математическое моделирование”, Новосибирск, 2013г., 2014г., 2015г., 2016г. и 2017г.; Всероссийской научной конференции молодых ученых “Наука. Технология. Инновации”, Новосибирск, 2012г., 2013г. и 2015г.; городской конференции молодых исследователей “Progress through Innovations”, Новосибирск, 2015г.

Публикации. По результатам диссертационных исследований опубликованы 27 печатных работ, в том числе: 3 статьи в научных журналах и изданиях, рекомендуемых ВАК; 2 статьи в рецензируемых международных журналах, индексируемых в Web of Science и Scopus; глава в монографии международного рецензируемого издания; 21 публикация в материалах международных и российских конференций; одно свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 5-ти глав основного содержания, заключения, списка использованных источников (180 наименований) и 3-х приложений. Общий объем диссертации составляет 228 страниц (основное содержание изложено на 204 страницах), включая 76 рисунков и 58 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, определены научная новизна и практическая ценность работы, дано краткое содержание работы по разделам.

В первой главе диссертационной работы рассматривается модель цензурированных данных. Выборкой, состоящей из цензурированных справа наблюдений (наблюдений типа времени жизни), называются множество Z :

$$Z = \{(T_i, \delta_i), i = \overline{1, n}\}, \quad (1)$$

где T_i – это значение наблюдения, $\delta_i = \begin{cases} 0, & i\text{-е наблюдение полное} \\ 1, & i\text{-е наблюдение цензурированное} \end{cases}$.

Если в ходе эксперимента был зафиксирован момент времени отказа, то $T_i = X_i, \delta_i = 0$ – это полное наблюдение. Если в ходе эксперимента зафиксировать момент времени отказа не удалось, но известен момент времени выбытия объекта из эксперимента, то $T_i = C_i, \delta_i = 1$ – это цензурированное справа наблюдение.

В зависимости от определенного количества цензурированных наблюдений в выборке Z будем говорить о степени цензурирования выборки. *Степень цензурирования выборки* $R(Z)$ – это доля всех цензурированных наблюдений к общему числу наблюдений n в выборке, т.е.

$$R(Z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \cdot 100\% .$$

Существует несколько типов цензурированных наблюдений:

– *Цензурирование I типа.* В этом случае все объекты наблюдаются до заранее определенного момента времени X_c , а все объекты, для которых к этому моменту времени не наступил отказ, становятся цензурированными справа, т.е. $T_i = X_c, \delta_i = 1$.

– *Цензурирование II типа.* Наблюдение за объектами продолжается до наступления первых $k < n$ отказов. Для оставшихся объектов момент цензурирования $T_i = X_{(k)}, \delta_i = 1$, где $X_{(k)}$ – момент времени отказа k -го объекта в упорядоченной последовательности среди значений $X_i, i = \overline{1, n}$.

– *Цензурирование III типа.* Каждое наблюдение T_i представляет собой

$$T_i = \min(X_i, C_i), \quad (2)$$

где $X_i \sim \xi$ – момент времени отказа с функцией распределения $F(t)$, $C_i \sim \xi^c$ – момент времени цензурирования с функцией распределения $F^c(t)$. Эти случайные величины ξ и ξ^c независимы, т.е. для соответствующих функций распределений $F(t)$ и $F^c(t)$ справедливо следующее: $F(t, \tau) = F(t) \cdot F^c(\tau)$, где $F(t, \tau)$ – совместная функция распределения случайных величин ξ и ξ^c .

В диссертации рассматривается именно цензурирование III типа, т.к. такая модель проведения статистического эксперимента наиболее близко совпадает с анализом данных на практике в медицине, биостатистике и инженерных исследованиях.

Для представленной модели используемых данных рассматриваются непараметрические оценки функции надежности. Функцией надежности $S(t)$ называют функцию, определяющую вероятность безотказной работы элемента за время длительностью t :

$$S(t) = P\{T > t\} = 1 - P\{T \leq t\} = 1 - F(t),$$

где $F(t)$ – функция распределения моментов отказов. В диссертации рассматриваются непараметрическая множительная оценка Каплана-Мейера $\hat{S}_{KM}(t)$, экспоненциальная оценка Бреслоу $\hat{S}_{Br}(t)$ и степенная оценка Абдушукурова $\hat{S}_A(t)$.

На основе введенных обозначений формулируются основная (нулевая) и альтернативная гипотезы. Пусть имеются две выборки $Z_1 = \{(T_{1i}, \delta_{1i}), i = \overline{1, n_1}\}$ и $Z_2 = \{(T_{2i}, \delta_{2i}), i = \overline{1, n_2}\}$, соответствующие двум независимым случайным величинам ξ_1 и ξ_2 . Каждой такой случайной величине соответствует функция

надежности – $S_1(t)$ и $S_2(t)$. Тогда основная гипотеза H_0 может быть записана в следующем виде:

$$H_0 : S_1(t) = S_2(t), \quad (3)$$

против альтернативной гипотезы H_1

$$H_1 : S_1(t) \neq S_2(t). \quad (4)$$

Для рассматриваемой статистической гипотезы однородности распределений в диссертации рассматриваются различные двухвыборочные статистические критерии. В случае полных наблюдений приводятся статистики критериев Колмогорова-Смирнова S_{KM} , Лемана-Розенблатта S_{LR} , Андерсона-Дарлинга-Петита S_{ADP} , а также модификации этих критериев, описанные в работах Жанга S_{ZK} , S_{ZC} и S_{ZA} соответственно. В случае цензурированных справа наблюдений в диссертации рассматриваются модификации критерия Уилкоксона, предложенные Геханом S_G и Пето S_P , логарифмический ранговый критерий S_{LG} и его взвешенные модификации (с весовыми функциями Тэрона-Вэра S_{TW} , Пето-Прентиса S_{PP} и Прентиса S_{Pt}), критерий Кокса-Мантела S_{CM} , Q -критерий S_Q , взвешенный критерий Каплана-Мейера S_{WKM} , критерии Багдонавичуса-Никулина для обобщенной модели Кокса S_{BN1} , для многократных S_{BN2} и однократных S_{BN3} пересечений функций надежности.

В диссертации рассматриваются параметрические статистические критерии однородности средних Стьюдента S_{ST} и Крамера-Уэлча S_{CW} для полных наблюдений.

В основе статистики критериев однородности лежат различные модели определения различий между функциями надежности. Так, например, имеются дистанционные критерии, ранговые критерии, двухэтапные критерии и критерии, основанные на специальных моделях функций надежности. Каждая такая модель обладает высокой статистической мощностью на определенном множестве альтернативных гипотез.

Распределения статистик критериев на конечном объеме выборок могут существенно отличаться от соответствующих предельных распределений. Следовательно, использование предельного распределения при определении критической области для проверки статистической гипотезы может приводить к неверным статистическим выводам.

Таким образом, показана актуальность проведения сравнительного анализа статистической мощности критериев однородности, а также показана актуальность в исследовании поведения распределения статистик критериев для случайно цензурированных данных.

Во второй главе диссертации проводится исследование скорости сходимости распределения статистики критериев однородности распределений к предельному закону в случае справедливости основной гипотезы.

Пусть в случае верной гипотезы H_0 статистика критерия $S(Z_1^{n_1}, Z_2^{n_2})$ имеет функцию распределения $G_{n_1, n_2}(x)$, а при $n_1, n_2 \rightarrow \infty$ предельную функцию распределения $G(x)$. С помощью методов статистического моделирования доказать сходимость $G_{n_1, n_2}(x)$ к $G(x)$ невозможно, однако можно решить следующие задачи:

- оценить скорость, с которой распределение $G_{n_1, n_2}(x)$ сходится к предельному распределению $G(x)$;
- определить объемы выборок n_1, n_2 , при которых расстояние между распределениями $G_{n_1, n_2}(x)$ и $G(x)$ не превышает заданного значения ε .

Решение первой задачи представляет интерес, если необходимо проверить выполнение теоретических предположений об оценке скорости сходимости к распределению $G(x)$. Решение второй задачи представляет интерес на практике, т.к. позволяет определить, начиная с какого объема выборок n_1, n_2 , можно использовать предельное распределение $G(x)$ для определения достигаемого уровня значимости pv с погрешностью, не превышающей ε .

Оценка скорости сходимости. Пусть $\rho(G_{n_1, n_2}, G)$ – это расстояние между двумя функциями распределения $G_{n_1, n_2}(x)$ и $G(x)$. Для определения расстояния между функциями в пространстве распределений будем использовать расстояние Колмогорова:

$$\rho(G_{n_1, n_2}, G) = D_{n_1, n_2} = \sup_{x \in R} |G_{n_1, n_2}(x) - G(x)|. \quad (5)$$

Последовательность функций распределений G_{n_1, n_2} сходится к предельной функции G равномерно на множестве R ($G_{n_1, n_2} \xrightarrow{R} G$), если для любого $\varepsilon > 0$ можно указать номера m_1, m_2 такие, что при каждом $n_1 \geq m_1, n_2 \geq m_2$ и для всех $x \in R$ справедливо неравенство:

$$|G_{n_1, n_2}(x) - G(x)| < \varepsilon, \forall x \in R.$$

Последовательность распределений статистики непараметрического критерия при справедливости основной гипотезы H_0 сходится к соответствующему предельному закону с ростом объема выборки. Однако на практике необходимо понимать при каком объеме выборок распределение G_{n_1, n_2} будет отклоняться от предельного распределения G на величину менее ε . Для этого будем оценивать скорость сходимости последовательности распределений G_{n_1, n_2} к предельному распределению G .

Оценка скорости сходимости. Для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $a(\varepsilon)$, что при всех

$$D_{n_1, n_2} < a(\varepsilon) \cdot \min(n_1, n_2)^{-b+\varepsilon}.$$

Порядком оценки скорости сходимости G_{n_1, n_2} к G будем называть величину $O(\min(n_1, n_2)^{-b}), b > 0$. Чем больше значение b , тем быстрее последовательность G_{n_1, n_2} сходится к предельному распределению G . Для оценивания скорости сходимости G_{n_1, n_2} к G будем использовать следующую регрессионную модель:

$$D_{n_1, n_2} = a \cdot \min(n_1, n_2)^{-b} + \eta, \quad (6)$$

которая в случае $n = n_1 = n_2$ примет вид $D_{n, n} = a \cdot n^{-b} + \eta$ при неизвестных параметрах a и b , где η – это случайная ошибка регрессионной модели.

С помощью регрессионной модели (6) мы сможем определить порядок оценки скорости сходимости G_{n_1, n_2} к G , получив оценки параметров a и b , например, с помощью метода наименьших квадратов. На основе таких полученных регрессий можно определить, как меняется оценка скорости сходимости в зависимости, например, от степени цензурирования, а также определить необходимый объем выборок, чтобы отклонение между G_{n_1, n_2} и G не превышало заданное ε .

Поскольку никакой информации о распределении $G_{n_1, n_2}(t)$ нет, то необходимо вместо $G_{n_1, n_2}(t)$ рассматривать некоторую оценку $G_{n_1, n_2; N}(t)$. Для получения $G_{n_1, n_2; N}(t)$ берется выборка значений статистик критерия по алгоритму 1 и строится эмпирическая функция распределения.

Алгоритм 1. Моделирование выборки значений статистики критерия однородности $\{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ при конечных объемах выборок n_1 и n_2 :

1. Моделируется выборка Z_1 случайной величины ξ с объемом n_1 наблюдений;
2. Моделируется выборка Z_2 случайной величины η (в случае гипотезы $H_0: \eta = \xi$) с объемом n_2 наблюдений;
3. Вычисляется значение статистики критерия $S_i(Z_1^{n_1}, Z_2^{n_2})$;
4. Повторить действия 1-3 для $i = \overline{1, N}$ раз.

Для исследования скорости сходимости статистик критериев однородности распределений проводилась серия статистических экспериментов, используя следующие параметры: допустимое отклонение между распределениями $G_{n_1, n_2; N}(t)$ и $G(t)$ при справедливости гипотезы H_0 , равное значению $\varepsilon = 0.01$; объем статистического моделирования $N = 2\,700\,000$ повторений; распределения моментов отказа $F(t)$ Вейбулла-Гнеденко с функцией плотности $f_{We}(t; 0, 2, 2)$ и экспоненциальное $f_{Exp}(t; 0, 1)$; законы распределения моментов цензурирования $F^C(t)$ Вейбулла-Гнеденко с функцией плотности $f_{We}(t; \mu, \lambda, \nu)$ и Гамма $f_\Gamma(t; \mu, \lambda, \nu)$; объемы выборок $n = n_1 = n_2$ от 10 до 500 наблюдений; степень цензурирования $R(Z_1) = R(Z_2)$ от 0% до 50%.

Таким образом, если наименьший объем выборки выше указанного в таблице 1, то в таком случае в силу методов непараметрической статистики для вычисления достигаемого уровня значимости можно воспользоваться предельным распределением $G(t)$ с погрешностью не более 0.01. Иначе – для вычисления достигаемого уровня значимости необходимо воспользоваться другими способами, например, статистическим моделированием.

Таблица 1 – Объемы выборок $n = n_1 = n_2$, начиная с которых наибольшее расстояние между распределениями $G_{n_1, n_2; N}(t)$ и $G(t)$ не превышает $\varepsilon = 0.01$

Статистический критерий	Степень цензурирования, %					
	0%	10%	20%	30%	40%	50%
Гехана, G	16	11	12	14	18	22
Пето, P	16	9	8	7	7	8
Логранговый, LG	15	14	12	11	10	10
Кокса-Мантела, CM	14	12	11	10	10	10
Тэрона-Вэра, TW	12	11	11	11	11	13
Багдонавичуса-Никулина, BNI	170	156	151	151	147	149
Багдонавичуса-Никулина, $BNЗ$	89	87	87	87	92	98

В третьей главе диссертации рассматривается сравнительный анализ мощности критериев однородности. Мощность статистического критерия зависит от множества факторов таких, как вид альтернативной гипотезы, объем выборок, закон распределения моментов цензурирования, степень цензурирования, вероятность ошибки I-го рода и др. В диссертации исследование мощности осуществляется на близких альтернативных гипотезах, для которых справедливы:

1. Пары конкурирующих гипотез должны иметь примерно одинаковую степень близости ε для расстояния $d(S_1, S_2)$ между $S_1(t)$ и $S_2(t)$, т.е.

$$d(S_1, S_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} |S_1(t) - S_2(t)| dt \approx \varepsilon, \varepsilon = 0.01.$$

2. Поведение конкурирующих гипотез должны охватывать всевозможные варианты поведения функций надежности (без пересечений, с 1-ой точкой пересечения, с 2-мя точками пересечения);

3. Один и тот же тип альтернативной гипотезы должен включать пары конкурирующих гипотез с разными семействами законов распределений моментов отказа $F_1(t)$ и $F_2(t)$ и цензурирования $F_1^C(t)$ и $F_2^C(t)$.

Группы альтернативных гипотез схематично изображены на рисунке 1.

Будем обозначать с помощью записи $H_a - H_b$ множество альтернативных гипотез $\{H_i, a \leq i \leq b\}$.

Ранними моментами времени будем называть множество $ET = \{t: t \in (-\infty, S^{-1}(0.67))\}$. *Средними моментами времени* будем называть множество $MT = \{t: t \in (S^{-1}(0.67), S^{-1}(0.33))\}$. *Поздними моментами времени* будем называть множество $LT = \{t: t \in (S^{-1}(0.33), +\infty)\}$.

Был произведен сравнительный анализ мощности критериев однородности в случае полных данных на альтернативах $H_{01} - H_{29}$, объемы выборок $n_1 = n_2 = 200$ наблюдений, степени цензурирования выборок $R(Z_1) = R(Z_2) = 0\%$, объем статистического моделирования $N = 150\,000$ повторений, фиксированная вероятность ошибки I-го рода $\alpha = 0.05$. По результатам сравнительного анализа было установлено, что в случае альтернатив:

- без точек пересечения функций надежности в подавляющем большинстве случаев критерий Андерсона-Дарлингга-Петита является наиболее мощным;

- с одной точкой пересечения функций надежности на подавляющем большинстве альтернативных гипотез критерии Багдонавичуса-Никулина (обобщенная модель Кокса, однократные пересечения) имеют мощность, близкую к наибольшей. Взвешенные логранговые критерии (Пето-Прентиса и Прентиса) в случае точки пересечения в ранние моменты времени также имеют статистическую мощность, близкую к наибольшей.

- с двумя точками пересечений функций надежности в случае точек пересечения в ранние и поздние моменты времени наибольшую мощность имеет критерий Багдонавичуса-Никулина (многократные пересечения), в средние и поздние моменты времени – Андерсона-Дарлингга-Петита. Мощности остальных критериев значительно ниже, чем мощности отмеченных критериев.

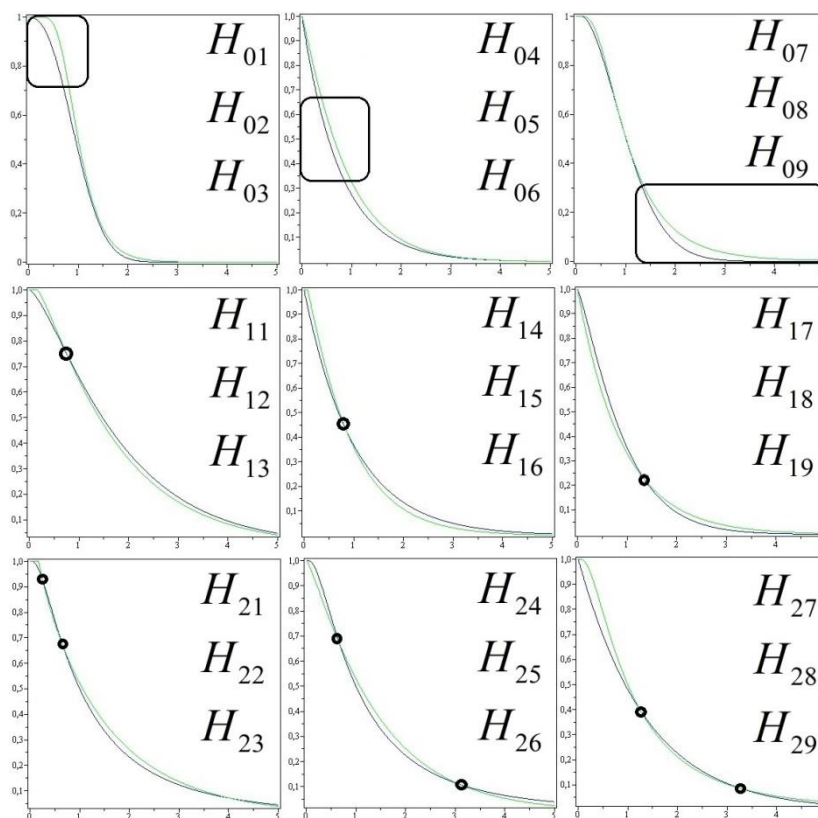


Рисунок 1 – Группы альтернативных гипотез (схематично показаны области точек пересечений и области с наибольшим отклонением)

Был произведен сравнительный анализ мощности критериев однородности в случае выборок разного объема $n_1 \neq n_2$ ряда критериев со статистиками S_G , S_{BN1} и S_{LG} на альтернативах H_{01} (0 пересечений), H_{19} (1 пересечение) и H_{27} (2 пересечения) при фиксированном суммарном объеме наблюдений $n_1 + n_2 = 400$, степени цензурирования 0%-50% при $f_{we}^C(t; \bar{\theta})$, объем статистического моделирования $N = 150\ 000$ повторений, вероятность ошибки I-го рода $\alpha = 0.05$. По результатам сравнительного анализа было установлено, что прослеживается следующая закономерность: для всех пар рассматриваемых объемов выборок таких, что $n_1 + n_2 = const$, наибольшая мощность критериев достигается в случае равенства объемов выборок, т.е. при $n_1 = n_2$. Этот факт нашел подтверждение на рассмотренных альтернативных гипотезах (H_{01}, H_{19} и H_{27}) и степенях цензурирования (0%-50%) при законе распределения моментов цензурирования $F^C(t)$ с функцией плотности $f_{we}^C(t; \bar{\theta})$.

Был произведен сравнительный анализ мощности критериев однородности в случае выборок с разной степенью цензурирования $R(Z_1) \neq R(Z_2)$ на критериях Багдонавичуса-Никулина S_{BN1} и взвешенного логрангового критерия с весовой функцией Тэрона-Вэра S_{TW} при разных степенях цензурирования на альтернативных гипотезах H_{01} (отклонения в ранние моменты времени), H_{06} (отклонения в средние моменты времени) и H_{07} (отклонения в поздние моменты времени), объем выборок $n_1 = n_2 = 200$, степени цензурирования 0%-50% при $f_{we}^C(t; \bar{\theta})$, объем статистического моделирования $N = 150\ 000$ повторений, вероятность ошибки I рода $\alpha = 0.05$. По результатам сравнительного анализа было установлено, что в случае альтернативы с отклонениями в ранние моменты времени для рассматриваемых критериев однородности наименьшие значения статистической мощности достигаются в случае наименьших степеней цензурирования $R(Z_1) = R(Z_2) = 10\%$, а наибольшие значения статистической мощности достигаются в случае наибольших степеней цензурирования $R(Z_1) = R(Z_2) = 50\%$. В случае альтернативы с наибольшими отклонениями в средние моменты времени наблюдаются аналогичные результаты, но с меньшей разницей между наибольшим и наименьшим значениями мощности. Это связано с тем, что при росте степени цензурирования правые хвосты функций надежности не только неразличимы, но также теряют свою информативность. В случае альтернативы с отклонением в поздние моменты времени для рассматриваемых критериев однородности наименьшие значения статистической мощности достигаются в случае наибольших степеней цензурирования $R(Z_1) = R(Z_2) = 50\%$, а наибольшие значения статистической мощности достигаются в случае наименьших степеней цензурирования $R(Z_1) = R(Z_2) = 10\%$.

С помощью методов теории игр для задач принятия решений в условиях риска и неопределенности были определены наилучшие стратегии в задаче выбора статистического критерия однородности распределений.

Пусть r – это стратегия применения статистического критерия со статистикой S при альтернативной гипотезе H . Тогда каждой стратегии r может быть присвоена некоторая полезность, используя функцию полезности $U(r|H)$. В диссертационной работе мощность статистического критерия со статистикой S при альтернативной гипотезе H используется в качестве функции полезности $U(r|H)$. Оптимальные стратегии выбирались в соответствии с правилами Вальда W (оптимизирует полезность (мощность) при выполнении предположения, что для принятия решения среда (альтернативная гипотеза) находится в самом неблагоприятном состоянии) и Сэвиджа SV (минимизирует «сожаления» относительно наилучшего возможного значения мощности).

Для вычисления значений статистик правил Вальда и Сэвиджа было произведено статистическое моделирование мощности критериев с использованием метода Монте-Карло при альтернативных гипотезах $H_{01} - H_{29}$, при объемах выборок $n_1 = n_2 = 200$ и $n_1 = n_2 = 500$, степенях цензурирования $R(Z_1) = R(Z_2)$ в диапазоне от 0% до 50% с использованием закона распределения моментов цензурирования $F^C(t)$ с функциями плотности $f_{We}^C(t; \bar{\theta})$, $f_{\Gamma}^C(t; \bar{\theta})$ и $f_{Exp}^C(t; \bar{\theta})$, объем статистического моделирования $N = 150\,000$ повторений, зафиксированная вероятность ошибки I-го рода $\alpha = 0.05$. Было установлено, что:

- по правилу Вальда для рассмотренных степеней цензурирования 10%-50% на альтернативных гипотезах $H_{01} - H_{29}$ оптимальной стратегией является использование критерия Багдонавичуса-Никулина (многократные пересечения), в случае степени цензурирования 0% – критерий Багдонавичуса-Никулина (многократные пересечения), Андерсона-Дарлинг-Петита и Колмогорова-Смирнова, т.к. этим критериям соответствует наибольшее значение правила Вальда.

- по правилу Сэвиджа для всех рассмотренных степеней цензурирования в диапазоне от 0% до 50% получилось, что оптимальным статистическим критерием является критерий Багдонавичуса-Никулина для многократных пересечений на множестве всех альтернатив $H_{01} - H_{29}$, т.к. этому критерию соответствуют наименьшие значения «сожалений».

Таким образом, было установлено, что нет такого статистического критерия однородности, мощность которого была бы наибольшей на всех рассмотренных типах альтернативных гипотез. Поэтому актуальна задача разработки нового статистического критерия однородности, который был бы более оптимальной стратегией в соответствии с правилами Вальда и Сэвиджа на всех группах рассматриваемых альтернативных гипотез, чем имеющиеся статистические критерии.

В четвертой главе диссертации представлены новые предложенные методы для проверки статистической гипотезы однородности.

В диссертации была предложена статистика критерия максимального значения как альтернатива Q -критерию. Статистика предложенного критерия максимального значения выглядит следующим образом:

$$S_{MAX} = \max \{|S_G|, |S_{LG}|\}. \quad (7)$$

Предложенный критерий является более простой альтернативой Q -критерию, т.к. не требует построения непараметрических оценок функций надежности для вычисления статистики критерия. Также было определено соотношение для предельного распределения статистики критерия максимального значения. Кроме того, сравнительный анализ мощности установил, что мощность предложенного критерия не ниже, чем мощность Q -критерия (показано на рисунках 2 и 3).

В диссертации была предложена статистика критерия $MIN3$. По результатам сравнительного анализа мощности в главе 3 было установлено, что мощности критериев Багдонавичуса-Никулина и взвешенного критерия Каплана-Мейера дополняют друг друга в плане мощности на разных группах альтернатив. Статистика предложенного критерия $MIN3$ выглядит следующим образом:

$$S_{MIN3} = \min \{pv_{WKM}, pv_{BN2}, pv_{BN3}\}, \quad (8)$$

где $pv_{WKM} = 2 \cdot \min \{F_{N(0,1)}(S_{WKM}), 1 - F_{N(0,1)}(S_{WKM})\}$, $pv_{BN2} = 1 - F_{\chi^2(3)}(S_{BN2})$, $pv_{BN3} = 1 - F_{\chi^2(2)}(S_{BN3})$, $F_{N(0,1)}(t)$ – функция распределения вероятностей стандартного нормального распределения в момент времени t , $F_{\chi^2(k)}(t)$ – функция распределения вероятностей хи-квадрат со степенью свободы k в момент времени t .

Сравнительный анализ мощности предложенного критерия $MIN3$ на основе правил Вальда и Сэвиджа установил, что предложенный критерий является оптимальной стратегией в соответствии с правилом Сэвиджа (показано на рисунке 2) и является одним из предпочтительных критериев в соответствии с правилом Вальда (показано на рисунке 3) вместе с критерием Багдонавичуса-Никулина для многократных пересечений.

Для критериев Стьюдента и Крамера-Уэлча классической математической статистики были получены модификации критериев на случай цензурированных справа наблюдений. Для этого с помощью оценки функции надежности Абдушукурова были получены оценки математического ожидания и дисперсии.

Запишем определение математического ожидания $\mu = M\xi$ случайной величины ξ , которой соответствует функция надежности $S_\xi(t) = 1 - F_\xi(t)$:

$$\mu = M\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot dF(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot d(1 - S(t)) = - \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot S'(t) dt.$$

Таким образом, для вычисления математического ожидания в случае данных типа времени жизни необходима оценка $\hat{S}(t)$ для функции

надежности $S_{\xi}(t)$. В качестве оценки функции надежности $\hat{S}(t)$ воспользуемся оценкой Абдушукурова $\hat{S}_A(t)$, т.к. данная оценка в отличие от оценок Каплана-Мейера и Бреслоу всегда имеет нулевое значение до $t = +\infty$.

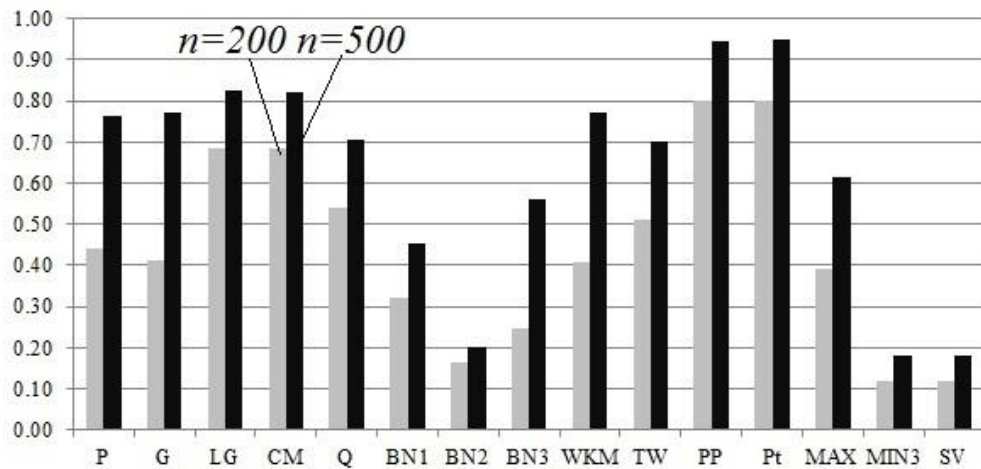


Рисунок 2 – Значение «сожалений» критериев и соответствующее значение Сэвиджа SV для $H_{01} - H_{29}$, $10\% \leq R(Z_i) \leq 50\%$, $\forall i$

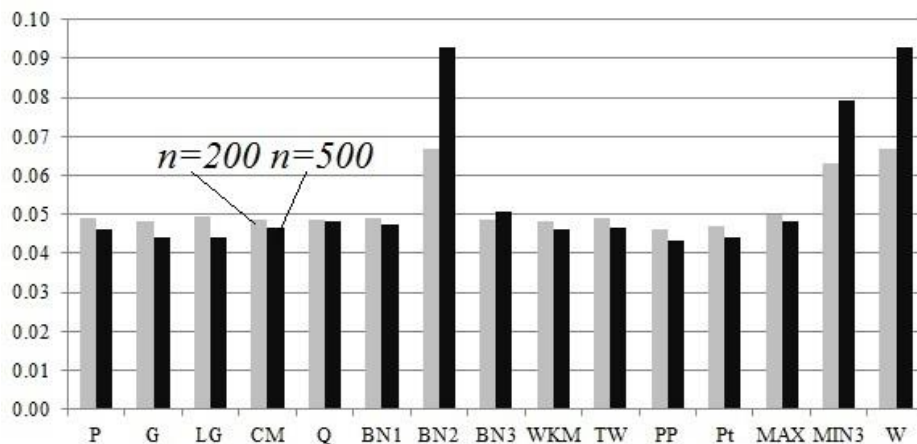


Рисунок 3 – Наименьшие значения мощности критериев для альтернатив $H_{01} - H_{29}$ и соответствующее значение Вальда W при $10\% \leq R(Z_i) \leq 50\%$, $\forall i$

В итоге оценка математического ожидания в случае цензурированных данных справа может быть вычислена следующим образом:

$$\hat{\mu}_i = \sum_{j=1}^{n_i} T_{(ij)} \left(\hat{S}_i^A(t_j - \varepsilon) - \hat{S}_i^A(t_j + \varepsilon) \right), i = 1, 2, \varepsilon \rightarrow 0. \quad (9)$$

Воспользуемся свойством дисперсии случайной величины $\sigma^2 = D\xi$ для случайной величины ξ :

$$\sigma^2 = D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2 = M\xi^2 - \mu^2, M\xi^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot dF(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot d(1-S(t)) = - \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot S'(t) dt,$$

тогда оценка несмещенной дисперсии случайной величины в случае данных типа времени жизни может быть вычислена следующим образом:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{n_i}{n_i - 1} \left(\sum_{j=1}^{n_i} T_{(ij)}^2 \left(\hat{S}_i^A(t_j - \varepsilon) - \hat{S}_i^A(t_j + \varepsilon) \right) - \hat{\mu}_i^2 \right), i=1,2, \varepsilon \rightarrow 0. \quad (10)$$

В силу того факта, что оценки (9) и (10) для цензурированных справа наблюдений были получены из соответствующих классических определений математического ожидания и дисперсии, то асимптотические свойства (несмещенность, состоятельность) этих оценок следуют из асимптотических свойств используемой оценки Абдушукурова $\hat{S}_A(t)$.

По результатам сравнительного анализа на рассмотренных альтернативах установлено, что с ростом степени цензурирования мощности критериев снижаются. Кроме того, мощности модифицированных критериев Стьюдента и Крамера-Уэлча для рассмотренных альтернативных гипотез отличаются не более, чем на величину 0.01.

Таким образом, был предложен критерий однородности распределений максимального значения, который по результатам сравнительного анализа мощности является более мощной и простой альтернативой Q -критерию, был предложен критерий однородности распределений $MIN3$, который в соответствие с правилом Сэвиджа является оптимальной стратегией и одной из предпочтительных стратегий по правилу Вальда, были модифицированы критерии однородности средних Стьюдента и Крамера-Уэлча на случай цензурированных справа наблюдений.

В пятой главе диссертации приведено краткое описание разработанного программного обеспечения, используемого для проведения статистического моделирования в рамках данной диссертационной работы, а также описано применение результатов для статистического контроля качества на предприятии пищевой промышленности (ООО «Российские мясопродукты – Холдинг»).

Разработанное программное обеспечение позволяет вычислять значение статистик десяти критериев однородности для полных и цензурированных справа наблюдений; строить различные оценки функции надежности по выборочным данным; моделировать выборки, распределение наблюдений которых соответствуют одному из множества 20-ти законов распределений; моделировать распределение статистики критериев однородности при справедливости гипотезы H_0 , и альтернативы H_1 ; вычислять значение статистической мощности критериев по смоделированным распределениям статистики критерия $G(S_{n_1, n_2} | H_0)$ и $G(S_{n_1, n_2} | H_1)$. Разработанное программное обеспечение прошло государственную регистрацию (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017615277).

Статистический контроль качества производства колбасной продукции. Особенность данного производства заключается в наполнении оболочки каждой единицы продукции колбасным фаршем. Масса фарша – это регламентированная величина, которая не должна зависеть от типа и вида используемого оборудования. Однако на практике по ряду причин

(например, настройка оборудования, уровень квалификации персонала и др.) это может быть не так. В связи с этим необходимы контрольные мероприятия по исследованию фактической массы штучной продукции.

Существующие методики контроля качества основаны либо на контроле значений средних или дисперсий, либо на предположении, что исходные данные соответствуют нормальному распределению. Такие методы не учитывают всю имеющуюся информацию о виде распределения. Поэтому рассмотренный способ статистического управления качеством продукции заключается в том, чтобы производить сравнение произведенной продукции с некоторой эталонной партией.

Для проведения статистического контроля предприятием были предоставлены результаты измерения массы штучной продукции контрольной и тестовой выборок. Контрольная выборка – массы штучной продукции, полученные в составе экспертной комиссии. Тестовые выборки – массы штучной продукции, полученные с фактического производства. В таблице 2 представлены достигнутые уровни значимости критерия однородности $MIN3$ между контрольной ($n_1 > 900$) и тестовыми ($n_2 > 240$) выборками.

Таблица 2 – Результаты проверки статистической гипотезы однородности между контрольной и тестовыми выборками

Дата статистического контроля	Значение достигнутого уровня значимости p_v	Статистический вывод
18.02.2016	0.6968	Нет оснований для отклонения нулевой гипотезы.
19.02.2016	0.2417	Нет оснований для отклонения нулевой гипотезы.
26.02.2016	0.4637	Нет оснований для отклонения нулевой гипотезы.
03.03.2016	0.0038	Нулевая гипотеза отклоняется.

Из полученных результатов очевидно, что для тестовых партий от 18, 19 и 26 февраля 2016 года справедливо, что распределение масс штучной колбасной продукции, произведенной в обычном режиме, значимо не отличаются от распределения масс эталонной колбасной продукции для одного продукта. Достоверность данного утверждения определяется мощностью критериев. Тем не менее, для тестовой выборки от 03.03.2016 было получено, что справедливость рассматриваемой гипотезы отклонена. Это означает, что для полученной штучной продукции требуется провести профилактические работы на предмет возможного наличия нарушений требований технологических норм.

Таким образом, была разработана программная система для проведения статистического моделирования в рамках настоящей диссертационной работы. Данная программа прошла государственную регистрацию программы ЭВМ. Полученные результаты и разработанные статистические методы были использованы в задачах статистического контроля качества на предприятиях химической и пищевой промышленности. Имеется соответствующий Акт о внедрении.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В соответствии с поставленными задачами исследования были получены следующие основные результаты:

1. Для статистических критериев однородности распределений была исследована скорость сходимости распределения статистики критериев однородности к соответствующему предельному распределению в случае цензурированных справа наблюдений. Были получены объемы выборок для критериев однородности распределений (критерии Гехана, Пето, Кокса-Мантела, Багдонавичуса-Никулина и логранговые), начиная с которых, погрешность вычисления достигнутого уровня значимости при использовании предельного распределения не превышает 0.01. Результаты справедливы для степеней цензурирования 0%-50%.

2. Для статистических критериев однородности распределений, как для полных наблюдений, так и для цензурированных справа наблюдений (степени цензурирования 0%–50%) был проведен сравнительный анализ статистической мощности на сформированных группах близких альтернативных гипотез. Было установлено, что в случае полных наблюдений высокую мощность имеют критерии Андерсона-Дарлингга-Петита и Багдонавичуса-Никулина (многократные пересечения), в цензурированном случае – критерий Багдонавичуса-Никулина (многократные пересечения).

Было показано влияние неравных объемов, степеней цензурирования выборок и закона распределения моментов цензурирования на статистическую мощность критериев однородности. Если наибольшие отклонения между функциями надежности расположены в ранние моменты времени, то рост степени цензурирования способствует росту статистической мощности, в поздние моменты времени – снижению статистической мощности.

3. Для проверки статистической гипотезы однородности распределений был предложен критерий максимального значения, который в сравнении с Q -критерием не уступает в мощности и имеет более простой способ вычисления значения статистики.

4. Для проверки статистической гипотезы однородности распределений был предложен критерий $MIN3$, который в соответствии с правилом Сэвиджа является оптимальной стратегией при рассмотренных степенях цензурирования 10%-50%, а в соответствии с правилом Вальда является одним из предпочтительных критериев на всех рассмотренных степенях цензурирования 10%-50%. Это позволяет рекомендовать использование критерия $MIN3$ в случае неопределенности типа альтернативной гипотезы.

5. Для проверки статистической гипотезы однородности были предложены модификации критериев однородности средних Стьюдента (параметрический критерий) и Крамера-Уэлча (непараметрический критерий) с использованием непараметрической оценки функции надежности Абдушукурова для случая цензурированных справа данных.

6. Была предложена непрерывная оценка функции надежности (гладкая оценка Бреслоу), основанная на интерполяционном сплайне Эрмита с непрерывной первой производной по значениям непараметрической оценки функции надежности Бреслоу.

7. Для проверки статистической гипотезы однородности с помощью разработанной гладкой оценки Бреслоу был предложен метод вычисления достигаемого уровня значимости по двум исходным полным выборкам.

8. На основе полученных результатов разработано программное обеспечение для вычисления значения статистики критериев однородности и для проведения статистического моделирования в рамках настоящей диссертационной работы, как для полных, так и для цензурированных справа наблюдений. Разработанная программная система прошла государственную регистрацию, предусмотренную для программ ЭВМ.

Научные результаты и разработанная программная система, полученные в рамках данной диссертационной работы, были использованы для статистического контроля качества на предприятии химической промышленности ФКП «Бийский олеумный завод», были внедрены в практику деятельности предприятия пищевой промышленности ООО «Российские мясопродукты – Холдинг», а также нашли практическое применение в учебном процессе на факультете прикладной математики и информатики ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет», что подтверждается соответствующими Актами о внедрении.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Монографии:

1. Postovalov S. A Comparison of Homogeneity Tests for Different Alternative Hypotheses / S. Postovalov, **P. Philonenko** // Statistical Models and Methods for Reliability and Survival Analysis : monograph. - London : Wiley-ISTE, 2013. - Chap. 12. - P. 177-194. - (Mathematics and Statistics series).

Издания из Перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных научных результатов диссертаций:

2. Филоненко П.А. Исследование влияния закона распределения моментов цензурирования и степени цензурирования на мощность критериев однородности / П. А. Филоненко, С. Н. Постовалов // Сибирский журнал индустриальной математики. - 2014. - Т. 17, № 3. - С. 122-134.

3. Филоненко П.А. Критерии равенства математических ожиданий Стьюдента и Крамера-Уэлча для данных типа времени жизни = The Student and Cramer-Welch tests for two-sample problem testing with lifetime data / П.А. Филоненко, С. Н. Постовалов // Вестник СибГУТИ (Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики). - 2016. – № 4 (36). – С. 3–11.

4. Филоненко П.А. Мощность критерия однородности как функция полезности в задачах принятия решения в условиях риска и

неопределенности = Homogeneity test power as utility function in the theory of decision making under risk and uncertainty / П.А. Филоненко, С.Н. Постовалов // Вестник СибГУТИ (Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики). - 2017. – № 3 (39). С. 3–20.

Международные рецензируемые издания:

5. Philonenko P. A new two-sample test for choosing between log-rank and Wilcoxon tests with right-censored data / P. Philonenko, S. Postovalov // Journal of Statistical Computation and Simulation. - 2015. - Vol. 85, Iss. 14. - P. 2761-2770. - DOI: 10.1080/00949655.2014.941533.

6. Philonenko P. The limit test statistic distribution of the maximum value test for right-censored data / P. Philonenko, S. Postovalov, A. Kovalevskii // Journal of Statistical Computation and Simulation. - 2016. - Vol. 86, iss. 17. - P. 3482-3494.

Другие издания:

7. Philonenko P. Test power in two-sample problem testing as the utility function in the theory of decision making under risk and uncertainty / P. Philonenko, S.N. Postovalov // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016) : тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 3–6 окт. 2016 г. : в 12 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 1, ч. 2. – С. 369–373. - 60 экз. - ISBN 978-5-7782-2991-4.

8. Филоненко П.А. Критерий максимального значения для проверки гипотезы однородности по данным типа времени жизни / П.А. Филоненко, С.Н. Постовалов // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2014) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2014) : тр. 12 междунар. конф., Новосибирск, 2–4 окт. 2014 г. : в 7 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 6. – С. 58–65. – 100 экз. – ISBN 978-1-4799-6019-4, ISBN 978-5-7782-2511-4.

9. Philonenko P. A power comparison of homogeneity tests for randomly censored data / P. Philonenko, S. Postovalov // Applied methods of statistical analysis. Applications in survival analysis, reliability and quality control – AMSA'2013, Novosibirsk, 25–27 Sept. 2013 : proc. of the intern. workshop. – Novosibirsk : NSTU publ., 2013. – P. 227-237.

10. Philonenko P. The limit distribution of the maximum value test / P. Philonenko, S. Postovalov // Applied methods of statistical analysis. Nonparametric approach : proc. of the intern. workshop, Novosibirsk, 14–19 Sept. 2015. – Novosibirsk : NSTU publ., 2015. – P. 208-211. - ISBN 2313-870X.

11. Philonenko P. The limit distribution of the maximum value test statistic in the general case / P. Philonenko, S. N. Postovalov, A. P. Kovalevskiy // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016) : proc., Novosibirsk, 1–3 June 2016. – Novosibirsk : NSTU, 2016. – Pt. 1. – P. 428-430. - ISBN 978-1-5090-0853-7. - DOI: 10.1109/IFOST.2016.7884145.

12. Филоненко П.А., Предельное распределение статистики критерия максимального значения для проверки однородности распределений / Филоненко П.А., Постовалов С.Н. // Статистика и её применение : Материалы республиканской научно-практической конференции, Республика Узбекистан, г. Ташкент, 16-17 октября 2015 - Ташкент, НУУз, 2015. - Р. 132-135. - ISBN 978-9943-305-86-1.

13. Филоненко П. А. Анализ процесса статистического контроля качества при производстве электродов / П. А. Филоненко, С. Н. Постовалов, В. Ю. Щеколдин // Обработка информации и математическое моделирование : материалы Рос. науч.-техн. конф. [Новосибирск, 25–26 апр. 2017 г.]. – Новосибирск : СибГУТИ, 2017. – С. 194–202. - ISBN 978-5-31434-038-1.

14. Филоненко П. А. Исследование скорости сходимости распределения статистик критериев однородности распределений к предельному распределению в случае данных, цензурированных справа / П. А. Филоненко, С. Н. Постовалов // Обработка информации и математическое моделирование : материалы Рос. науч.-техн. конф. [Новосибирск, 25–26 апр. 2017 г.]. – Новосибирск : СибГУТИ, 2017. – С. 187–193.

15. Филоненко П. А. Устойчивый статистический критерий проверки однородности распределений по цензурированным справа наблюдениям / П. А. Филоненко, С. Н. Постовалов // Обработка информации и математическое моделирование : материалы Рос. науч.-техн. конф. [Новосибирск, 25–26 апр. 2017 г.]. – Новосибирск : СибГУТИ, 2017. – С. 178–186. - 32 экз. - ISBN 978-5-31434-038-1.

16. Филоненко П.А. Непрерывная оценка функции надежности на основе оценки Бреслоу / П. А. Филоненко, С. Н. Постовалов // Обработка информации и математическое моделирование : материалы Рос. науч.-техн. конф. [Новосибирск, 21–22 апр. 2016 г.]. – Новосибирск : СибГУТИ, 2016. – С. 160–164. – 32 экз. – ISBN 978-5-91434-032-9.

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ:

17. Филоненко П.А., Программа для вычисления значений статистик критериев однородности по двум выборкам, Программа для ЭВМ 2017615277, №5, 2017.

Подписано в печать 28.02.2018 г. Формат 60 x 84 x 1/16

Бумага офсетная. Тираж 100 экз. Печ. л. 1.5.

Заказ № 407

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр-т К. Маркса, 20